



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
UNIDAD IZTAPALAPA

# Ecología de poblaciones



Sergio **Álvarez Hernández**

Ana Laura **Ibañez**

Ernesto **Bravo Núñez**



## **UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA**

Dr. Salvador Vega y León  
*Rector General*

Mtro. Norberto Manjarrez Álvarez  
*Secretario General*

## **UNIDAD IZTAPALAPA**

Dr. José Octavio Nateras Domínguez  
*Rector de Unidad*

Dr. Miguel Ángel Gómez Fonseca  
*Secretario de Unidad*

Dra. Edith Ponce Alquicira  
*Directora de la División de Ciencias Biológicas y de la Salud*

M. en C. José Luis García Calderón  
*Jefe del Departamento de Hidrobiología*

Dra. Milagros Huerta Coria  
*Coordinadora de Extensión Universitaria*

Lic. Adrián Felipe Valencia Llamas  
*Jefe de la Sección de Producción Editorial*

Primera Impresión 2015  
ISBN: 978-607-28-0673-3

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
UNIDAD IZTAPALAPA

Av. San Rafael Atlixco No. 186, Col. Vicentina,  
Del. Iztapalapa, C.P 09340, México D.F. Tel.: 5804 4600

Impreso y hecho en México/*Printed in Mexico*

## Introducción

El crecimiento de la Ecología como ciencia integradora de diversas fuentes de conocimiento biológico como la Botánica, Zoología, Evolución, Genética, Fisiología, Etología, Agricultura y otras ciencias afines como la Geología y Climatología, entre otras; impone a los estudiosos de esta ciencia el manejo de una gran cantidad de información teórica y práctica para dar respuestas concretas a problemas cuyos puntos focales están a veces poco definidos. A nivel de complejidad orgánica y de niveles de integración biológica, de los que se encarga estudiar. La Ecología contiene con el estudio de organismos tan pequeños como las bacterias (ecología microbiana), pasando por los individuos, las poblaciones y comunidades, hasta el análisis de los ecosistemas de manera integral.

Uno de los retos para los ecólogos es el poder obtener e interpretar grandes bases de datos, ya sean monotipo o politípicas; las cuales se obtienen por medio de los estudios ecológicos. A través de su manejo en estadística, el ecólogo les da coherencia con las teorías biológicas conocidas e incluso plantea nuevos postulados funcionales de las teorías ecológicas.

El ecólogo debe comprender y manejar un sinnúmero de herramientas de análisis e interpretación que se enmarcan dentro de otras ciencias relacionadas, como la Matemática, la Estadística, el análisis exploratorio de datos; incluso en la actualidad la Ecología se ha transformado paulatinamente en una ciencia experimental que requiere nuevos enfoques del conocimiento fisicoquímico, bioquímico e incluso toxicológico.

El presente manual de prácticas se hace cargo del nivel ecológico poblacional, usando las herramientas más útiles, sencillas y que aportan el mejor entendimiento de los parámetros que controlan las características intrínsecas de las poblaciones de organismos, está dirigido particularmente a la UEA Ecología de Poblaciones de la Licenciatura en Hidrobiología. Sin embargo también cubre el programa de Ecología I de la Licenciatura en Biología y parcialmente el programa de la UEA Ecología e Impacto Ambiental de la Licenciatura en Biología Experimental de la División de Ciencias Biológicas y de la Salud de UAM-Iztapalapa. Puede ser utilizado en el programa del módulo Biodiversidad y Recursos Naturales de la Licenciatura en Biología, de la División de Ciencias Biológicas y de la Salud de la UAM-Xochimilco.

Las prácticas que aquí se desarrollan sirven para cubrir el conocimiento de los programas antes mencionados y preparan al alumno para atender los retos que le impone un estudio ecológico de manera teórico-práctica de una forma sencilla, considerando las experiencias de los grupos que asisten al campo y que someten a escrutinio las poblaciones animales y vegetales de los ambientes acuáticos.



## Contenido

Práctica 1	Conceptos de Ecología . . . . .	7
Práctica 2	Estimación del tamaño de la Población Empleo de cuadrantes . . . . .	15
Práctica 3	Comparación de varias poblaciones (Análisis de Varianza unifactorial) . . . . .	37
Práctica 4	Estimación del tamaño de la Población Captura-Recaptura . . . . .	47
Práctica 5	Arreglo espacial de las poblaciones . . . . .	53
Práctica 6	Demografía . . . . .	63
Práctica 7	Capacidad innata de incremento . . . . .	69
Práctica 8	Crecimiento poblacional Modelo exponencial . . . . .	73
Práctica 9	Crecimiento Poblacional Modelo logístico . . . . .	81
Práctica 10	Modelos de retraso del crecimiento poblacional . . . . .	89
Práctica 11	Competencia . . . . .	95
Práctica 12	Depredación . . . . .	101



# Práctica 1

## Conceptos de Ecología

### Introducción

Los autores suelen coincidir en atribuir la introducción de la voz Ecología (*Oekologie*) al biólogo alemán H. Haeckel (1834-1919) en el año 1869, quien la entendió como el estudio de las relaciones de un organismo con su ambiente orgánico e inorgánico y en particular, las relaciones de tipo positivas y negativas con las plantas y animales con los que convive (Margalef, 1977).

La palabra Ecosistema se emplea a nivel de organización y es el sistema formado por los organismos vivos y el ambiente. La Ecología sería la Biología de los ecosistemas y es, por tanto, el nivel de organización cuyos elementos constitutivos esenciales son individuos de distintas especies.

La mayoría de las definiciones establecen que la Ecología estudia las relaciones recíprocas entre el medio ambiente y los organismos, y entre los organismos; en síntesis, la Ecología combina principios, procesos o fundamentos de distintas disciplinas con puntos de vista propios. En ello radica la importancia fundamental de abordar conceptos básicos en el lenguaje científico como herramienta principal para un mejor entendimiento de la Ecología.

### Objetivo

Entender los conceptos más frecuentemente empleados en Ecología y definiciones dadas por diversos autores como base del lenguaje particular de esta ciencia y aprender a elaborar correctamente una cita bibliográfica.

### Procedimiento

Con base en la lista presentada a continuación, y consultando la literatura adecuada, buscar dos definiciones de cada término.

Para las citas dentro del texto deberá anotar el apellido del autor, seguido de una coma y el año de publicación de la obra de referencia, todo encerrado entre paréntesis; para tal efecto, consulte la nota **Elaboración de una cita Bibliográfica** anexa en el formato de la presente práctica.

1 Adaptación	14 Densidad
2 Autoregulación	15 Depredación
3 Biocenosis	16 Disclímax
4 Biotipo	17 Dispersión
5 Biotopo	18 Ecología
6 Biosfera	19 Ecotipo
7 Captura y Recaptura	20 Especie
8 Comensalismo	21 Escala nominal
9 Competencia	22 Escala ordinal
10 Comunidad	22 Escala de intervalo
11 Crecimiento Exponencial	24 Escala de razón
12 Crecimiento Logístico	23 Estabilidad
13 Deme	24 Estimación del tamaño de muestra

- 25 Fecundidad
- 26 Genecología
- 27 Heterogeneidad
- 28 Inferencia estadística
- 29 Intervalo de confianza
- 30 Métodos que involucran conteo directo de animales
- 31 Métodos que involucran signos, animales y objetos relacionados
- 32 Métodos basados en la reducción de las poblaciones
- 33 Método del vecino más cercano
- 34 Mortalidad
- 35 Muestra
- 36 Muestreo al azar simple
- 37 Muestreo con probabilidad y proporcional al tamaño
- 38 Muestreo doble
- 39 Muestreo estratificado
- 40 Muestreo para porcentajes
- 41 Muestreo por conglomerados
- 42 Muestreo por cuadrantes
- 43 Muestreo por transectos
- 44 Muestreo sistemático
- 45 Mutualismo
- 46 Natalidad
- 47 Población
- 48 Población ecológica
- 49 Población estadística
- 50 Sucesión
- 51 Tabla de vida tabular
- 52 Tabla de vida vertical
- 53 Tamaño mínimo de muestra
- 54 Variable aleatoria
- 55 Variable continua
- 56 Variable discreta



## Cuestionario

1. ¿Cuál es la relación existente entre autoecología y sinecología?

---

---

---

2. ¿Cuántos y cuáles son los tipos de arreglo espacial que existen en la naturaleza?

---

---

---

3. ¿Cuáles son los atributos básicos de una Población?

---

---

---

4. ¿Cuáles son los atributos básicos de una Comunidad?

---

---

---

5. ¿Cuáles son los atributos básicos del Ecosistema?

---

---

---

Nota: Es evidente que existe un sinnúmero de normas para citar literatura, tanto en texto como en el listado que se escribe al final del mismo donde se da crédito a los autores de las obras que se citan o consultan. Solo por mencionar algunos ejemplos de posibilidades tenemos la cita en el texto, esta puede ser numérica, entre corchetes, como superíndices y las citas con los apellidos del autor, dos autores y más de dos autores. Asimismo el listado de referencias tiene tantas normas como revistas científicas existen, sin embargo se ha utilizado una norma editorial estándar producto del análisis de diversas revistas del campo de la Ecología y son las que aquí se recomiendan.

## Elaboración de una cita bibliográfica

1. Las referencias bibliográficas se consignarán al final del texto, bajo el título **Literatura citada o Referencias**. Se citará en orden alfabético por apellido paterno de los autores, sin numeración y cuando se mencionen varios artículos del mismo autor, éstos se presentarán alfabéticamente y cronológicamente. En cada una de las referencias incluir los datos en el orden siguiente.

a) Nombre del autor con mayúsculas y minúsculas, comenzando con el apellido paterno, seguido de las iniciales de los nombres (salvo cuando los nombres de dos autores tengan las mismas iniciales y apellidos, en cuyo caso, los nombres se escribirán completos). Cuando el artículo esté escrito por dos o más autores, los nombres de los colaboradores se escribirán con las iniciales del nombre en primer lugar y a continuación el apellido.

b) Año de la publicación, precedido por una coma.

c) Nombre completo del artículo, sin subrayar y precedido por un punto.

d) Nombre de la revista en que apareció (subrayado o en negritas o cursivas), precedido por una coma y abreviado de acuerdo con el *World List of Scientific Periodicals*, editado por Peter Brown y George Burder Stratton, IV Edición, Butterworths, Londres.

e) Volumen (subrayado o en negritas o cursivas), número (entre paréntesis) seguido de dos puntos, páginas de iniciación y conclusión del artículo, utilice sangría francesa para continuar escribiendo debajo de los autores, ejemplo:

Lüning, K., 1993. Environmental and internal control of seasonal growth in seaweeds. *Hydrobiologia*, 260/261 (1): 1-14.

f) En el caso de los libros, el título, (subrayado, en negritas o cursivas) y seguido por un punto, casa editorial, y en español escribir el nombre de la ciudad donde se publicó, páginas y a juicio del autor, figuras y láminas, ejemplo:

Williams, S., 1979. *Introduction to Marine Pollution Control*. John Wiley & Sons, Nueva York, 173p.

g) Cuando se trate de artículos dentro de volúmenes conmemorativos, memorias de simposio o libros en que colaboren varios autores, se citará según el siguiente ejemplo:

Ayala-Castañares, A., R. Cruz, A. García-Cubas, Jr. y L. R. Segura, 1969. Síntesis de los Conocimientos sobre la Geología Marina de la Laguna de Tamiahua, Veracruz, México, En: Ayala-Castañares, A. y F. B. Phleger (Eds.). *Lagunas Costeras Un Simposio*. Mem. Simp. Intern. Lagunas Costeras. UNAM-UNESCO, Nov. 28-30, 1967: 29-48.

Gopalakrishnan, V., 1972. Taxonomy and Biology of Tropical Fin-Fish for Coastal Aquaculture in the Indo-Pacific Region. In: Pillay, T. V. R. (Ed.). *Coastal Aquaculture in the Indo-Pacific Region*. Indo-Pacific Fisheries Council Symposium on Coastal Aquaculture, Nov. 18-21, 1970: pp.120-149.

Se debe considerar a los editores en las citas de estas referencias como se muestra en el ejemplo.

h) Si un autor ha sido citado varias veces en el texto, con dos o más publicaciones del mismo año, solo o con otros autores en colaboración, se usarán letras al citar las referencias del mismo año tanto en el texto como en la literatura y se reemplazará el nombre del autor por una línea después de la primera referencia, cuando se encuentre solo como autor. Si el mismo autor tiene otras referencias con colaboradores, su nombre nuevamente se escribirá completo. Independientemente del año de las publicaciones, las referencias se ordenarán progresivamente de acuerdo al número de autores, ejemplos:

Gunter, G., 1957a. Temperature. In: Hedgpeth, J. W. (Ed.). *Treatise on Marine Ecology and Paleocology*. Geol. Soc. America, Mem. 67(1): 159-184, 3 figs.

\_\_\_\_\_, 1957b. Marine Fishes (Other than Cyclostomes). In: Hedgpeth, J. W. (Ed.). *Treatise on Marine Ecology and Paleocology*. Geol. Soc. America, Mem. 67, (1): 1205-1210.

Gunter, G., y H. H. Hillerand, 1951. Destruction of Fishes and other Organism on the South Texas Coast by Cold Wave of January 28 - February 3, 1951. *Ecol.*, 32: 731-736.

Gunter, G., H. Williams, C. C. Davis y F. G. Walton-Smith, 1948. Catastrophic Mass Mortality of Marine Animals and Coincident Phytoplankton Bloom on the West Coast of Florida November 1946 to August 1947. *Ecol. Monogr.*, 18: 319-324.

2. Las referencias a la literatura incluidas en el texto, deberán indicarse mediante el nombre o los nombres de los autores y el año de publicación del artículo u obra de referencia. Cuando el nombre del autor forme parte de la redacción del escrito, únicamente se pondrá entre paréntesis el año de la publicación, ejemplo:

- En abril de 1956, la temperatura a la entrada del Mar de Cortés, fue igual a 2°C más elevada que en las aguas cercanas del Pacífico (Alvariño, 1969).
- Según Alvariño (1969) en abril de 1956, la temperatura a la entrada del Mar de Cortés, fue 2°C más elevada que en las aguas cercanas del Pacífico.












En los casos en que sean más de dos autores, se indicarán el primero y *et al.*, (*en cursivas*) para referirse a los demás, ejemplo:

Según Caballero *et al.* (1968)...

... está sucediendo en el Pacífico (Caballero *et al.*, 1968).

Modificado de: Publicaciones *An. Centro Cienc. del Mar y Limnol.*, Univ. Nal.  
Autón. México.

## Literatura recomendada

-  Begon, J. M., J. L. Harper y C. R. Townsend, 1986. *Ecology. Individuals, Populations and Communities*. Blackwell. Oxford, 876 p.
-  Begon, J. M., 1989. *Ecología animal. Modelos de cuantificación de poblaciones*. Trillas. México, 134 p.
-  Bravo-Nuñez, E. y B. Baez-Vega, 1987. *Antología de lecturas de apoyo para el curso de Ecología Acuática I*. UAM-I, Div. CBS. Departamento de Hidrobiología.
-  Brower, J. E. y J. H. Zar, 1977. *Field and laboratory methods for general ecology*. Wm. C. Brown Co. Pu. USA, 194 p.
-  Green, R. H., 1979. *Sampling design and Statistical Methods for Enviromental Biologist*. John Willey & Sons. USA, 257 p.
-  Krebs, C. J., 1978. *Ecología: Estudio de la Distribución y la Abundancia*. Ed. Harla, México, 753 p.
-  Kormondy, E. J., 1976. *Conceptos de Ecología*. Alianza Universidad. Madrid, 278 p.
-  Margalef, 1977. *Ecología*. Edit. Omega. Barcelona, 915 p.
-  Owen, D.F., 1974. *What is Ecology?*. Oxford University Press. Londres, 234 p.
-  Pianka, E. R., 1974. *Evolutionary Ecology*. Harper & Row. Nueva York, 356 p.
-  Pielou, E. C., 1977. *Mathematical Ecology*. Willey Interscience Publications. USA, 385 p.
-  Poole, R. W., 1974. *An Introduction to Quantitative Ecology*. McGraw-Hill. Nueva York, 532 p.
-  Rabinovich, J. E., 1980. *Introducción a la Ecología de Poblaciones Animales*. Compañía Editorial Continental, México, 313 p.
-  Wittaker, H. R., S. A. Levin y R. B. Root, 1973. *Niche, Habitat and Ecotops*. *American Naturalist*, 107 (955): 321-338.

## Actividades Complementarias

Para conocer el acervo que posee nuestra Biblioteca y ubicar los libros y revistas científicas de los temas que competen al curso es indispensable que realice la actividad complementaria que a continuación se describe.



Entregará un listado con 50 citas bibliográficas de libros cuyo tema sea la Ecología, con el formato que se presentó en el apartado “elaboración de una cita bibliográfica”, deberá incluirse entre paréntesis la colocación que encontró en la Biblioteca de esta Unidad. También un listado con 50 artículos de investigación especializados publicados en por lo menos 20 revistas científicas diferentes cuyo tema sea algún aspecto Ecológico.

Para completar esta actividad puede visitar el edificio de la Coordinación de Recursos Documentales de la unidad Iztapalapa, entrando a la página principal de la UAM - Iztapalapa (<http://www.izt.uam.mx/>) y colocando su cursor en la indicación de biblioteca, en le menú emergente elegir la opción catálogo en línea (libros) o biblioteca digital (revistas y bases de datos).

The screenshot shows the website header for Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa, dated August 31, 2015. A red arrow points to the 'Biblioteca' link in the navigation menu. Below the header is a large banner for the 'IV SEMINARIO ENTENDIENDO LA SEXUALIDAD: Experiencias a través del desarrollo biopsicosocial', with a registration period from August 31 to September 25. To the right of the banner is a 'Calendario Escolar' icon and a vertical list of university units. At the bottom, there is a green navigation bar with links for 'Alumnos', 'Académicos', 'Comunidad UAMI', 'Eventos', 'Vinculación', and 'Campus Seguro', followed by the word 'AVISOS'.

Elegir posteriormente las palabras de la entrada “Catálogo en Línea” y realizar ahí la consulta con palabras clave pertinentes, por ejemplo Ecología.



[Iniciar Sesión](#) | 
 [Cerrar Sesión](#) | 
 [Mi Registro](#) | 
 [Canasta](#) | 
 [Hojear](#) | 
 [Lista de Resultados](#) | 
 [Buscar](#)



## Catálogo público en línea

Ingrese los términos a buscar:

Campo de búsqueda

Palabras adyacentes?  No  Si

[Búsqueda Básica](#) | 
 [Multicampo](#) | 
 [Búsqueda Avanzada](#)

Sugerencias de Búsqueda:

- Puede combinar términos mediante el uso de operadores lógicos (AND, OR y NOT).
- Utilice el símbolo de interrogación (?) para hacer búsquedas con palabras truncadas.
- Seleccione SI en "Palabras Adyacentes" para hacer búsquedas por frase.
- Omite los artículos iniciales (el, la, los, las, un, una, unos, etc.).
- En la búsqueda por autor, primero ingrese el(los) apellido(s).



## Práctica 2

### Estimación del tamaño de la Población Empleo de cuadrantes

#### Introducción

Para el estudio y descripción de las poblaciones y comunidades se utilizan una serie de medidas básicas, dentro de las cuales se encuentra la densidad (D) y la abundancia. La abundancia es el número de organismos presentes en un determinado sitio o localidad y se habla de densidad cuando ese número de organismos se refiere por unidad de área o volumen (Brower y Zar, 1977).

Cuando es posible contar a todos los organismos en el área a través de la técnica censal, la abundancia se expresa como la densidad absoluta, no obstante casi siempre se hace necesario tomar un número definido de muestras y a partir de estas estimar la abundancia, esto se conoce como abundancia relativa.

El cuadrante, sinónimo de cuadrilátero o cuadrado, se ha utilizado en Ecología para designar áreas de todas formas, incluso las circulares. Un cuadrante es un área de muestreo de cualquier forma y construida de muy diversos materiales.

Los métodos que miden la abundancia relativa, dependen de la toma de muestras y para que los resultados obtenidos puedan considerarse confiables, deben cubrirse tres aspectos principalmente:

- 1) Se debe conocer con exactitud el número de organismos en cada cuadrante.
- 2) Saber, precisamente, el área de cada cuadrante.
- 3) Los cuadrantes deben ser representativos del área total (Krebs, 1985).

#### Objetivo

Estimar el tamaño de dos poblaciones sésiles o sedentarias hipotéticas, simuladas en papel, mediante el empleo de cuadrantes.

#### Material

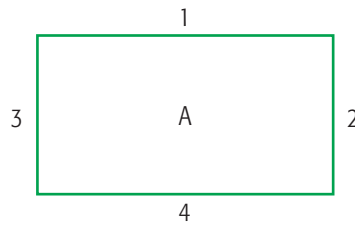
- Cubreobjetos.
- Hoja de cálculo.
- Poblaciones simuladas.

#### Procedimiento

Con el cubreobjetos como cuadrante, cuadricule toda el área correspondiente a una de las poblaciones simuladas en el papel (Figuras 1a, 1b o 1c, poblaciones 1). Numere cada uno de los cuadros obtenidos y utilice una tabla de números aleatorios (apéndice número 1) para seleccionar 25 cuadrantes y registrar el número de individuos presentes en la Tabla 1. Este procedimiento asegura que no se cuenta dos veces el mismo individuo (muestreo sin reemplazo).

Para la población simulada en las Figuras 1a, 1b o 1c, poblaciones 2, deje caer el cubreobjetos desde una distancia aproximada de 30 cm sobre la población, marque el contorno del cubreobjetos y numérelo, cuente el número de individuos presentes y regístrelos en la Tabla 2, también seleccione 25 cuadrantes. Cuide que las áreas marcadas no se superpongan nunca, dado que estaría realizando un muestreo con reemplazo.

Cuando algún individuo (punto) no quede incluido claramente en el área, se seguirá el criterio empleado comúnmente en el manejo del hematocitómetro (CNEB y BSCS, 1980).



A = área del cubreobjetos.

1 y 2 todos los puntos arriba y a la derecha, sobre el borde de A se incluyen en el conteo.

3 y 4 todos los puntos abajo y la izquierda, sobre el borde de A se excluyen del conteo.

### Análisis estadístico

El análisis estadístico a realizar considera la revisión del análisis estadístico de dos poblaciones o muestras independientes, donde se tienen los siguientes supuestos:

Se desconoce la varianza poblacional, las muestras provienen de una población con distribución normal y el tamaño de muestra es pequeño (Gutiérrez y de la Vara, 2003; Daniel, 2006; Hayslett, 1968; Rabinovich, 1982).

Se recomienda que el profesor revise los aspectos básicos sobre la descripción cuantitativa del muestreo (medidas de tendencia central, procedimientos paramétricos y no paramétricos, estimación de la variabilidad, normalidad de la distribución) y sobre construcción y pruebas de hipótesis (Errores Tipo I y II, comparaciones de medias y varianzas muestrales).

A cada conjunto de datos (poblaciones) calcule los siguientes estadígrafos muestrales:

Media Muestral	$\bar{x} = \sum x_i / n$
	donde n = suma de los cubreobjetos
Varianza Muestral	$s^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)$
Desviación Estándar Muestral	$s = \sqrt{s^2}$
Coficiente de Variación Muestral	$CV = (s / \bar{x}) (100)$
Área total de Muestreo	A = Área del cubreobjeto x n
Estimación de la Abundancia	$N = \sum x_i$
Estimación del Tamaño Poblacional	$D = N / A ; D = \text{Densidad}$
Determinación del Error Estándar de la media muestral	$ES = s / \sqrt{n}$



Determinación del número de muestras:

Este cálculo se hace necesario dado que el tomar muestras en exceso implica un desperdicio de recursos y muestrear con déficit conlleva a resultados poco prácticos y defectuosos.

$$m = \left( N \left( t_{\alpha/2, n-1} \right)^2 s^2 \right) / \left( d \quad (N-1) + \left( t_{\alpha/2, n-1} \right)^2 s^2 \right)$$

$$\text{donde, } d = \left( t_{\alpha/2, n-1} \left( s / (n)^{1/2} \right) \right) \left( (N-n) / (N-1) \right)^{1/2}$$

N = Total de organismos contados

Debido a que para la estimación de dos poblaciones a través de la distribución t se requiere conocer si las varianzas de éstas son iguales o diferentes se debe realizar una prueba de hipótesis de razón de las varianzas.

Plantee la hipótesis de igualdad y diferencia para las varianzas poblacionales

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

en este caso, las varianzas, poblacionales se estiman a través de las varianzas muestrales usando el estadígrafo de contraste: razón de varianzas, el cual sigue una distribución F.

$$RV = \frac{s_a^2}{s_b^2} \approx F_{(\alpha/2, n_1-1, n_2-1)} \quad \text{donde } a > b$$

Como regla de decisión, rechazar  $H_0$  si la razón de varianzas es mayor que la F de tablas para  $n_1-1$  grados en el numerador y  $n_2-1$  grados en el denominador, use  $\alpha=0.05$ . El rechazo de  $H_0$  indica que no hay homocedasticidad de varianzas.

Una vez que conozca si hay igualdad de varianzas o no, proceda a probar la diferencia entre las medias poblacionales utilizando la prueba de hipótesis siguiente:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$$

Siga los criterios: Si la hipótesis nula de la prueba de varianzas no se rechaza, es decir, las varianzas son iguales, debe emplear la siguiente expresión:

$$t_{[\alpha/2, (n_1+n_2-2)]} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}}$$

Donde  $s_p^2$  es la varianza ponderada:

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{(n_1+n_2)-2}$$

Use un  $\alpha=0.05$

Pero si la hipótesis nula referida en la prueba de varianzas se rechaza, es decir, las varianzas poblacionales no son iguales, entonces emplear:

$$t_{[\alpha/2, (n_1+n_2)-2]} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}}$$

Deberá utilizar la modificación para los grados de libertad = k. Considere que  $((n_1 + n_2) - 2)$  se conocen como los grados de libertad.

$$k = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2 / n_1)^2}{n_1} + \frac{(s_2^2 / n_2)^2}{n_2}}$$

y sustituir k como los grados de libertad de t obtenida de tablas. Como regla de decisión, en ambas situaciones, rechazar  $H_0$  si la t calculada es mayor que la t de tablas. Para ambas pruebas el rechazo de la hipótesis nula implica diferencias entre las medias de las poblaciones estudiadas.

*Para realizar la mayoría de los cálculos de esta práctica el alumno puede hacer uso de software estadístico, consulte el apartado Uso de Programas especializados al final del formato de práctica*

*Discuta cada uno de los resultados obtenidos en el marco de la comparación de la abundancia de las dos poblaciones, es indispensable que sustente su discusión en Literatura Especializada (libros, artículos, compendios).*

## Cuestionario

1. Al seleccionar el tipo de muestreo a emplear en una investigación, ¿es necesario considerar los hábitos etológicos de los organismos? Explique detalladamente.

---

---

---

2. ¿De qué depende, en un momento dado, la selección del empleo de cuadrantes en un muestreo? Detalle su respuesta.

---

---

---

3. ¿Cómo determinaría el número de individuos de una población, si ésta se realizara a través de un muestreo con reemplazo? Detalle su respuesta en términos estadísticos.

---

---

---

4. ¿Cuál es la interpretación ecológica que usted le da al manejo estadístico que realizó en la sección de análisis de resultados (en ambas poblaciones)?

---

---

---







5. De las pruebas de hipótesis empleadas en la práctica, indique cuál es la utilidad ecológica de las mismas y su aplicación potencial en el campo de la ecología.

---

---

---

## Literatura citada

-  Brower, E. J. y J. H. Zar, 1977. *Field and Laboratory methods for General Ecology*. WM. C. Brown Company Publishers, Iowa, 194 p.
-  Consejo Nacional Para la Enseñanza de la Biología y Biological Sciences Curriculum Study, 1980. *Biología: Interacción de Experimentos e Ideas*. Limusa, México, 479 p.
-  Daniel, W. W., 2006. *Bioestadística: Base para el análisis de las ciencias de la salud*. Limusa, México, 755 p.
-  Gutiérrez, P.H. y de la Vara, S. R., 2003. *Análisis y diseño de experimentos*. McGraw-Hill, México, 571 p.
-  Hasylett, H. T., 1968. *Estadística simplificada*. Compañía General de Ediciones, México, 209 p.
-  Rabinovich, J. E., 1982. *Introducción a la Ecología de Poblaciones Animales*. Compañía Editorial Continental, México, 313 p.

## Literatura recomendada






-  Hutchinson, G. E., 1981. *Introducción a la Ecología de Poblaciones*. Blume, España, 492 p.
-  Elliot, J. M., 1971. *Some Methods for the Analysis of Samples of Benthic Invertebrates*. Freshwater Biological Association. Filadelfia, 144 p.
-  Engel, B. A., 1978. *Elementos de Biomatemática*. Organización de los Estados Americanos, Monografía 20, Brasil, 76 p.
-  Poole, R. W., 1974. *An Introduction to Quantitative Ecology*. McGraw-Hill, Nueva York, 532 p.
-  Santalo, O. A. L., 1975. *Probabilidad e Inferencia Estadística*. Organización de los Estados Americanos, Monografía 21, Venezuela, 114 p.

Figura 1a Población 1

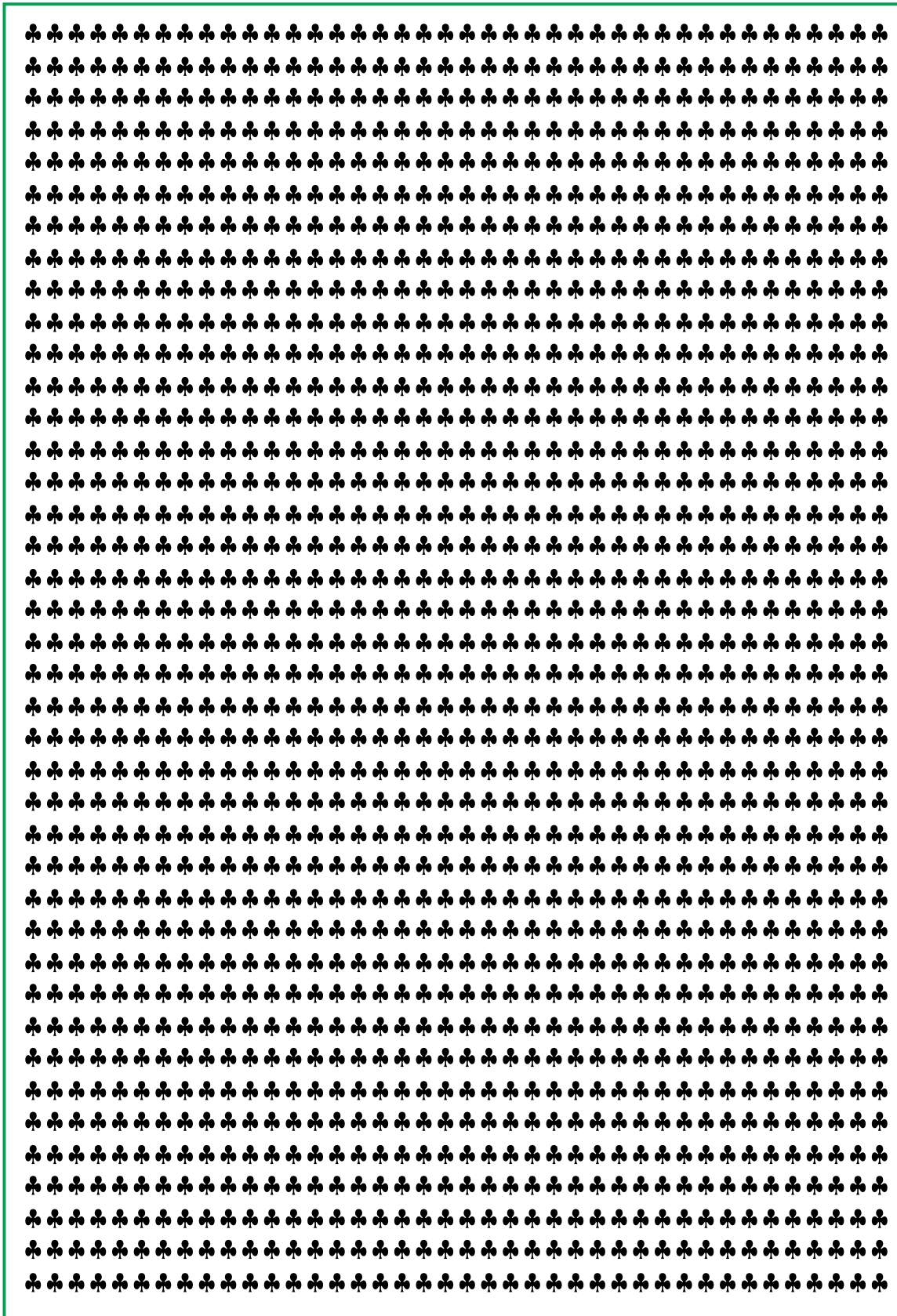


Figura 1a Población 2

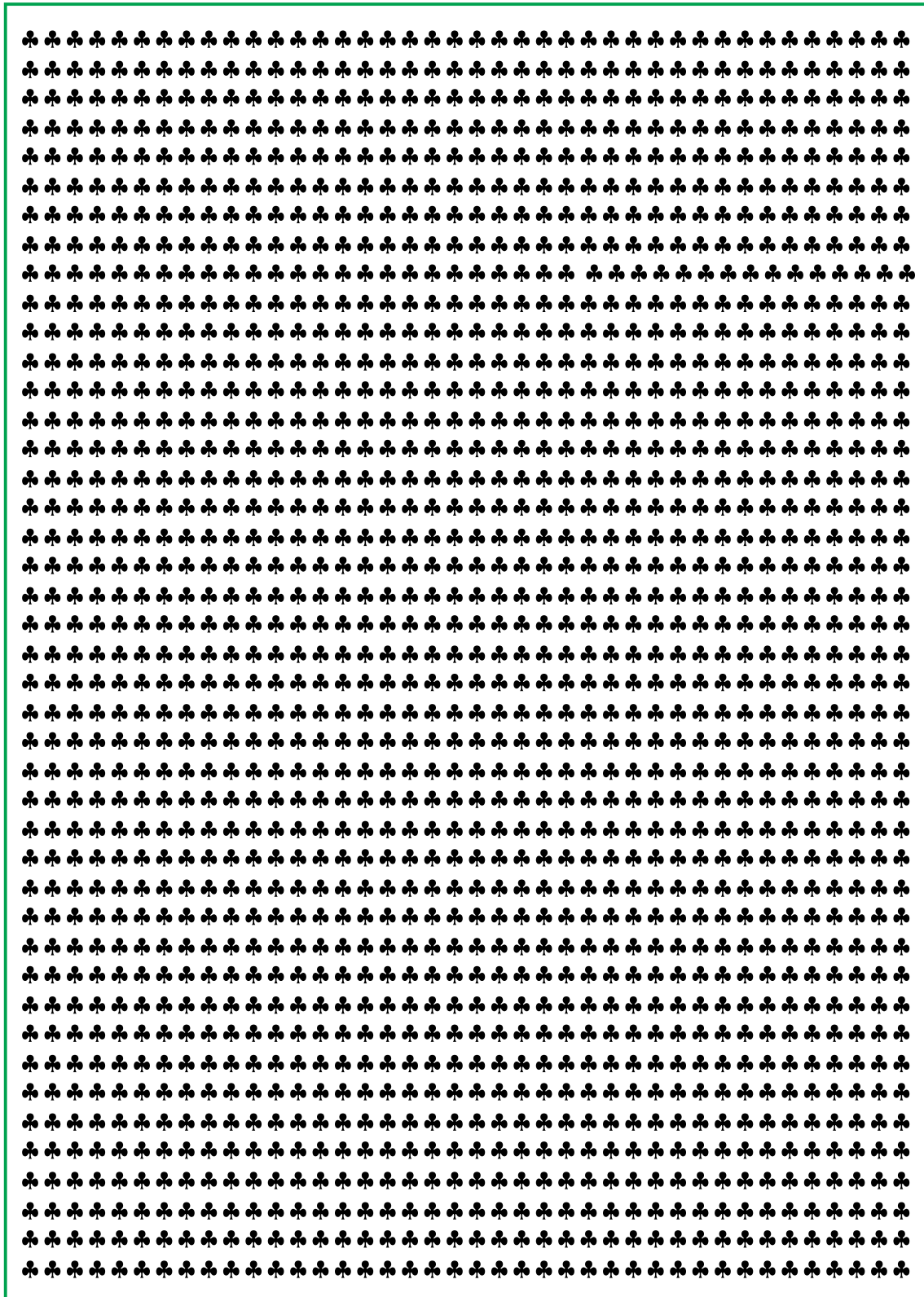


Figura 1b Población 1

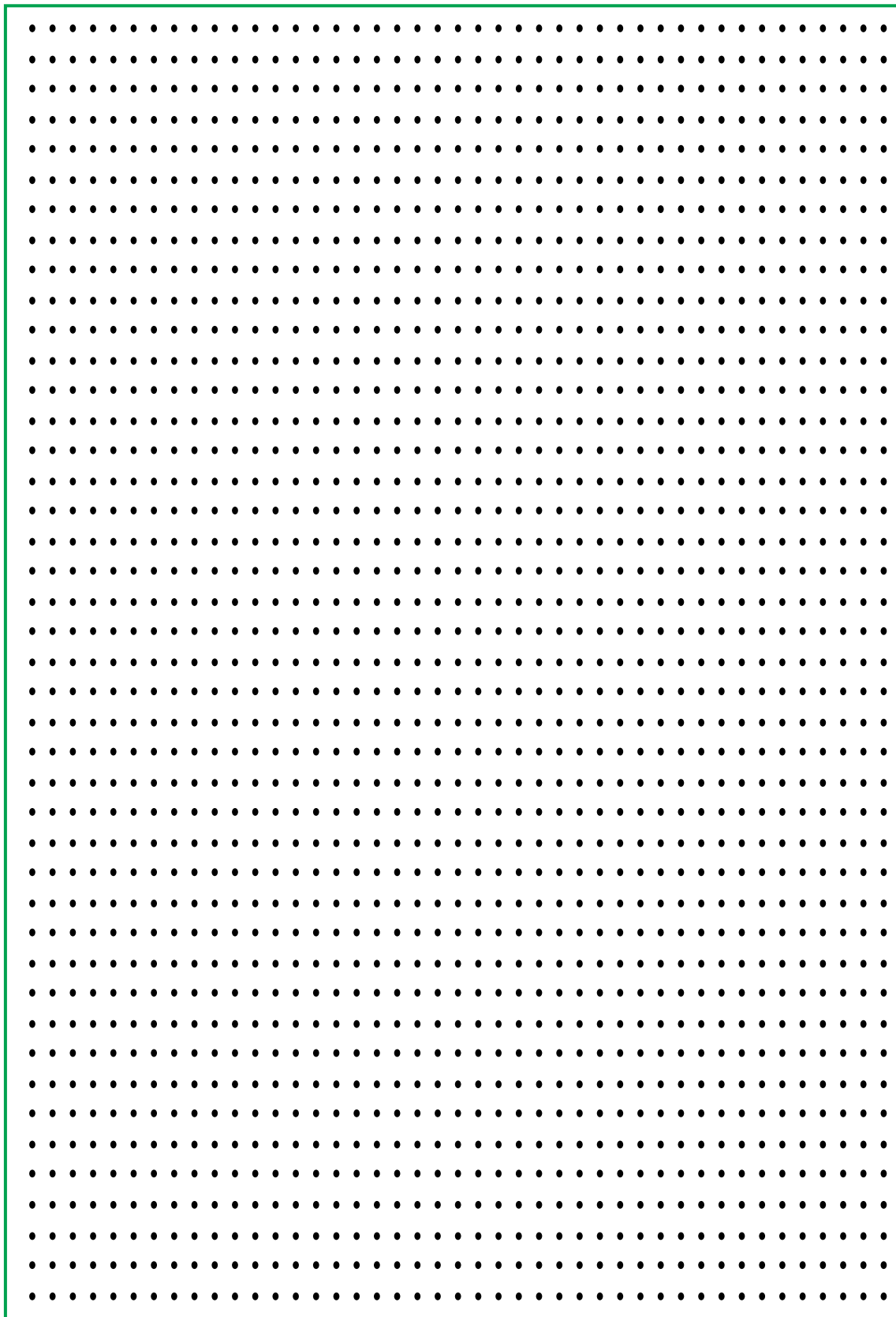


Figura 1b Población 2

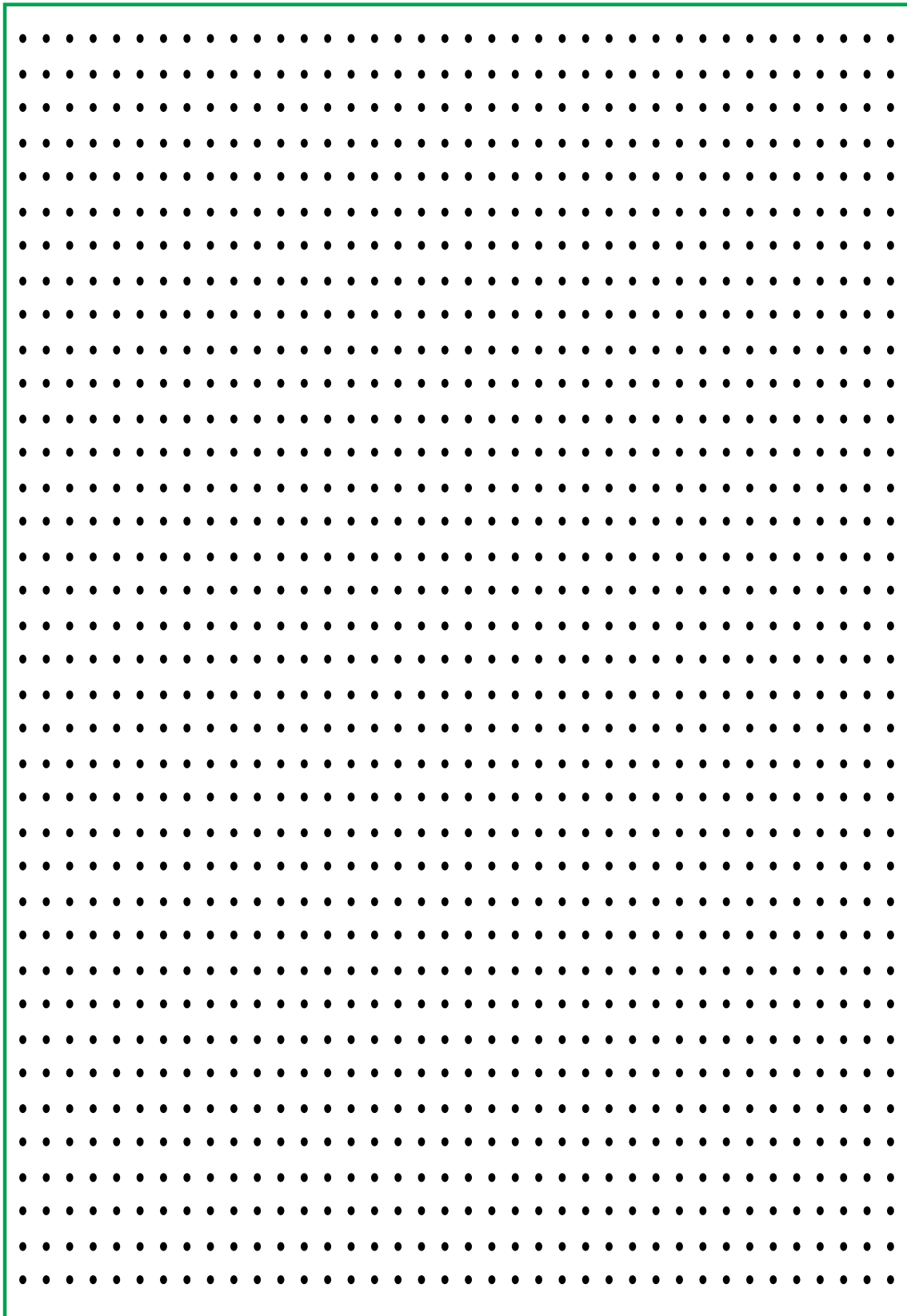




Figura 1c Población 1

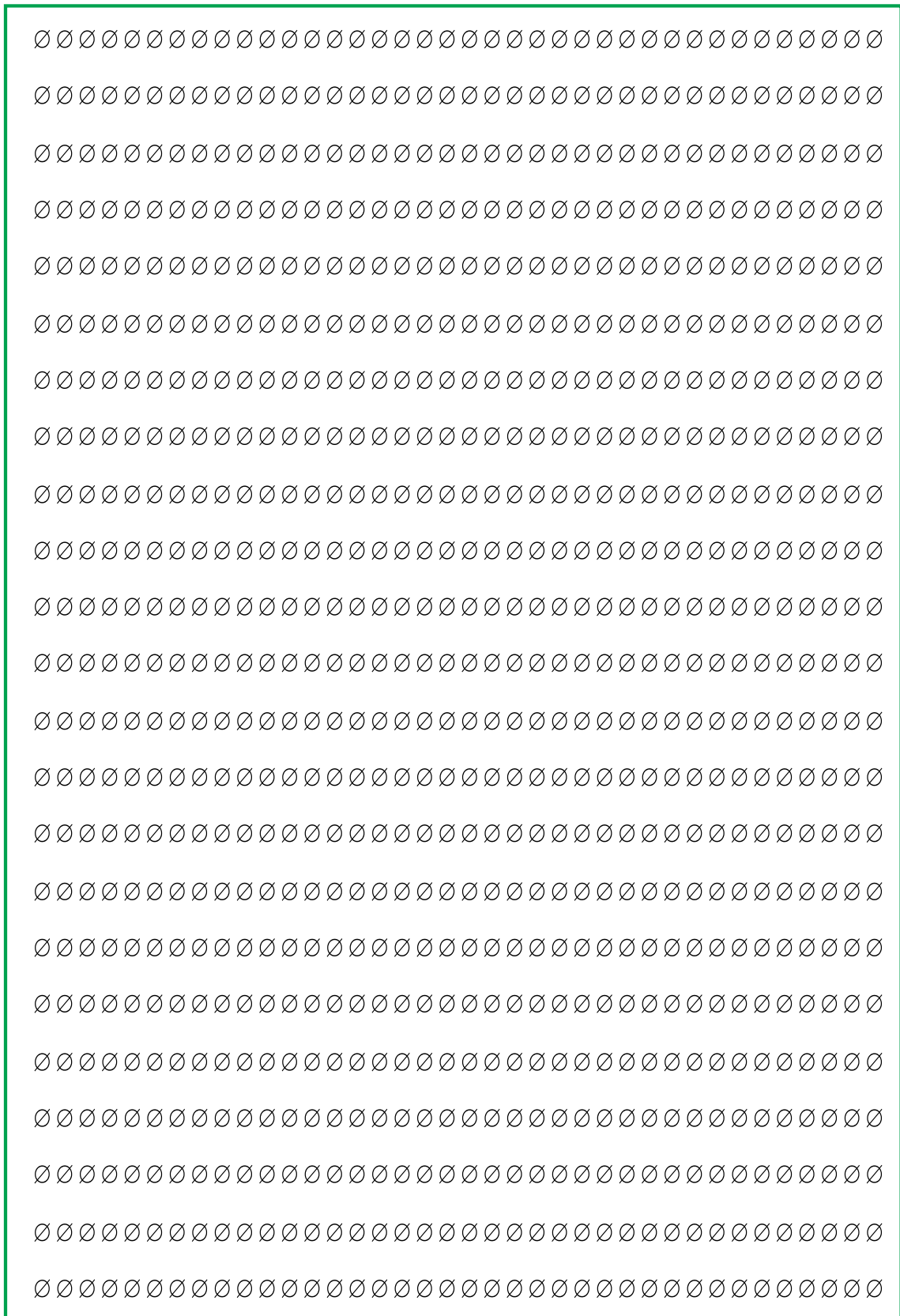


Figura 1c Población 2

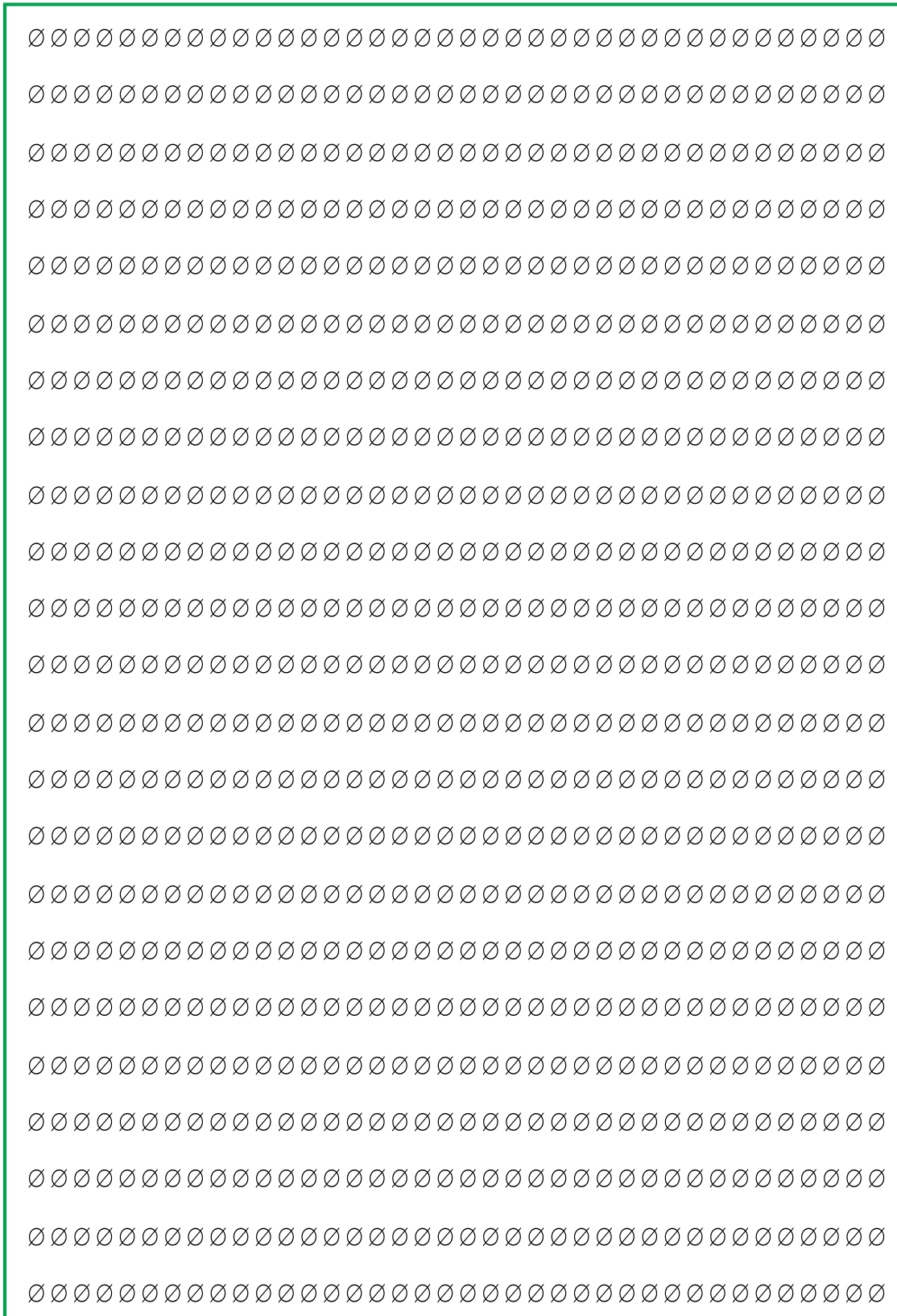


Tabla 1. Registro del número de organismos por cuadrante para la muestra de la Población 1

No de cuadrante	Número de individuos
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	

Tabla 2. Registro del número de organismos por cuadrante para la Muestra de la Población 2

No de cuadrante	Número de individuos
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	

## Uso de Programas especializados

Existen programas comerciales especializados en el análisis estadístico de datos SPSS (IBM Corp. Released 2013), Statistica (StatSoft, Inc 2010), NCSS 1999 (Hintze, J., 1999), S-Plus 2008 (TIBCO, 2008), Minitab 17 Statistical Software (2010), Statgraphic SPSS (IBM, 2013) Plus 5.1 (Copyright 1994-2001), STATA (StataCorp. 2013), por mencionar solo los más populares. También se han desarrollado programas libres que realizan estas funciones, considerando que son gratuitos, pueden encontrarse en la red, entre los más populares están: R (R Core Team, 2013), Past (Hammer, Ø *et al.*, 2001), PSPP (Pfaff, B. J. Darrington *et al.*, 2010) y Statdisk (Statdisk 2005-2014) son los más completos y amables para usar.

Sin embargo debido a la amplia difusión de la hoja de cálculo Excel de la suite ofimática Office Microsoft® además de la facilidad de uso del mismo revisaremos primero la resolución de estos ejercicios a través de esta hoja de cálculo usando la versión de 2010.

En la siguiente figura se observa la pantalla principal de Excel con el libro de trabajo inicial. En esta hoja se debe registrar el conjunto de datos que se van a analizar usando las columnas como indicador de cada una de las poblaciones con sus correspondiente número de cuadrante:

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		No. de cuadr.	Población 1	Población 2		
4		1	16	12		
5		2	12	12		
6		3	12	16		
7		4	15	12		
8		5	12	12		
9		6	16	12		
10		7	16	16		
11		8	12	12		
12		9	16	12		
13		10	12	16		
14		11	12	16		
15		12	12	16		
16		13	15	16		
17		14	15	12		
18		15	16	16		
19		16	20	16		
20		17	12	12		
21		18	12	16		
22		19	12	12		
23		20	12	12		
24		21	12	16		
25		22	16	16		
26		23	9	16		
27		24	16	12		
28		25	12	12		
29						
30						

Deberá tener activado el complemento de análisis de datos de Excel.

Pulse el botón inicio de Excel (logotipo circular de la suite en la esquina superior izquierda), al fondo del menú que obtendrá debe elegir el botón opciones de Excel, en el menú siguiente hacer clic en la pestaña complementos. Al fondo de ese mismo menú desplegable elegir la opción complementos de Excel.

Deberá hacer clic en el botón ir. Observará un menú como el que se muestra a continuación donde debe elegir el cuadro Herramientas para análisis y aceptar.

The image shows the Microsoft Excel 2010 interface. The 'Datos' ribbon is active, showing options like 'Ordenar' and 'Filtro'. A dialog box titled 'Complementos' is open, listing available add-ins. 'Herramientas para análisis' is checked and highlighted. Below the list, a description reads: 'Herramientas para análisis. Proporciona herramientas de análisis de datos para análisis estadístico y de ingeniería.'

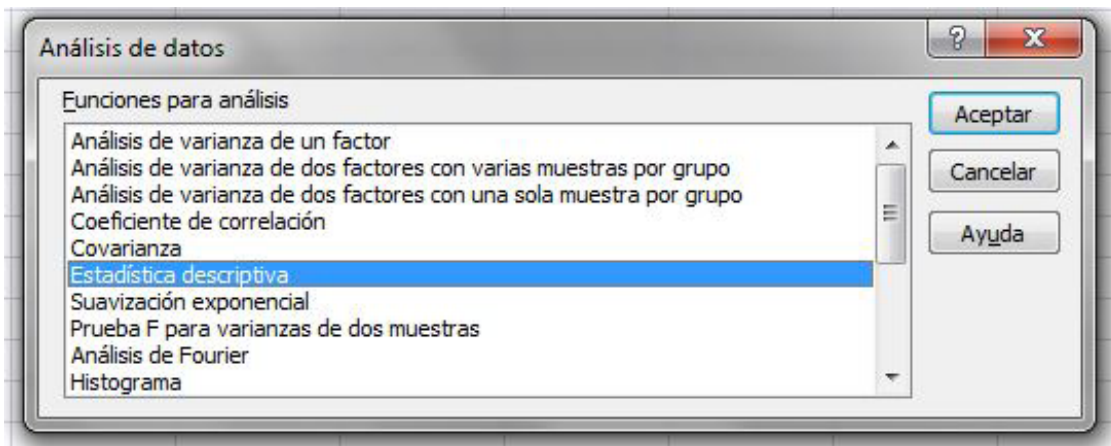
	A	B	C	D	E
1					
2					
3		No. de cuadr.	Población 1	Población 2	
4		1	16	12	
5		2	12	12	
6		3	12	16	
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					
31					
32					
33					

De esta forma se activarán las herramientas de análisis estadístico integradas en el programa que nos permitirán realizar el análisis de nuestros datos.

En la pestaña "datos", ubicada en la parte superior del programa Excel, estará un nuevo botón denominado "Análisis de datos".

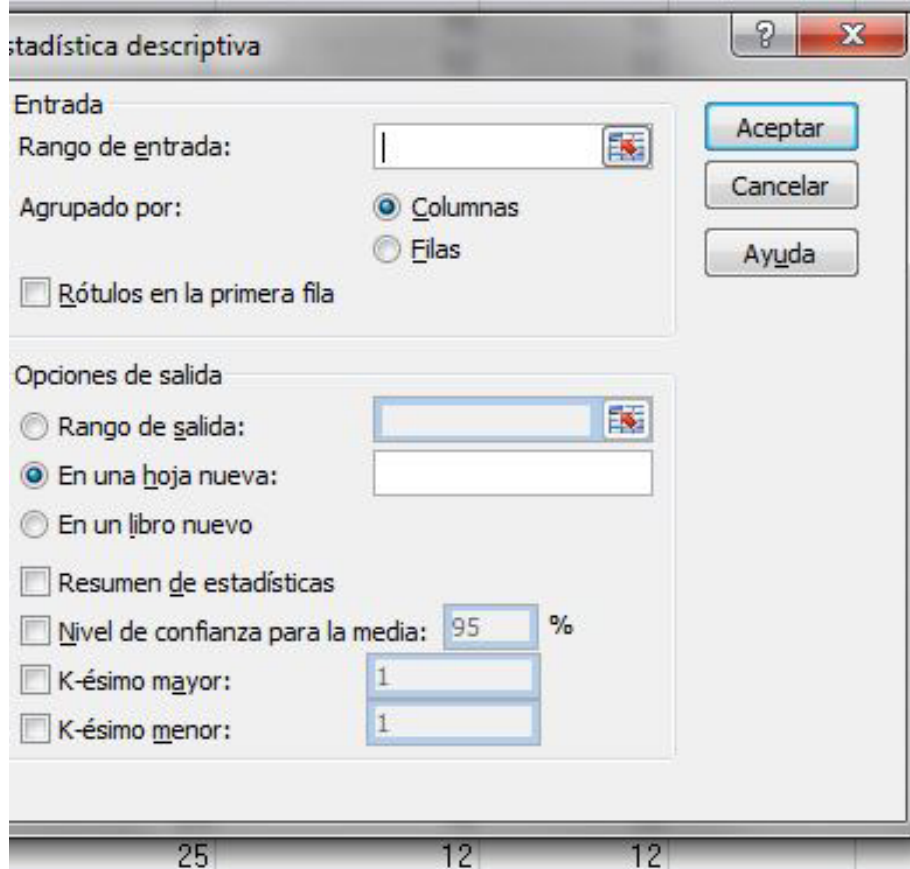
Puede utilizar este complemento para calcular algunos estadígrafos muestrales como la media, la desviación típica (error estándar), mediana, moda, desviación estándar, curtosis, coeficiente de asimetría, el rango, el valor mínimo, el valor máximo, la suma y el total de los datos (cuenta).

Presionando el botón análisis de datos en el cuadro emergente aparece un listado donde debe elegir la opción estadística descriptiva y aceptar.

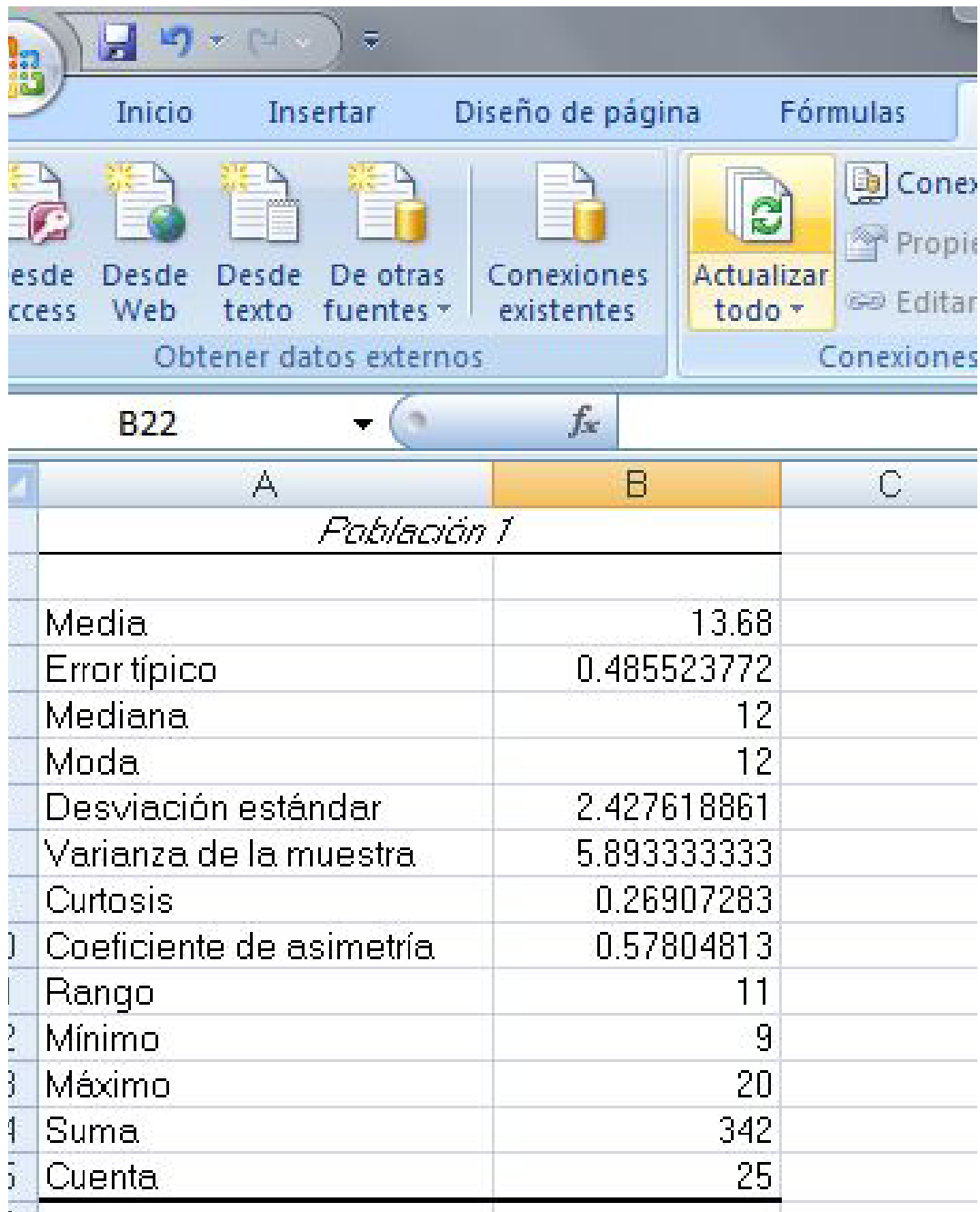


En el cuadro de diálogo que aparecerá a continuación se le solicita que ingrese el rango de entrada de los valores, seleccione la primera columna, verifique que la casilla resumen de estadísticas esté seleccionada y acepte.

cuadr.	Población 1	Población 2
1	16	12
2	12	12
3	12	16



Los resultados del análisis de estadística descriptiva se muestran en una hoja nueva. Repita estos pasos para analizar la segunda población.



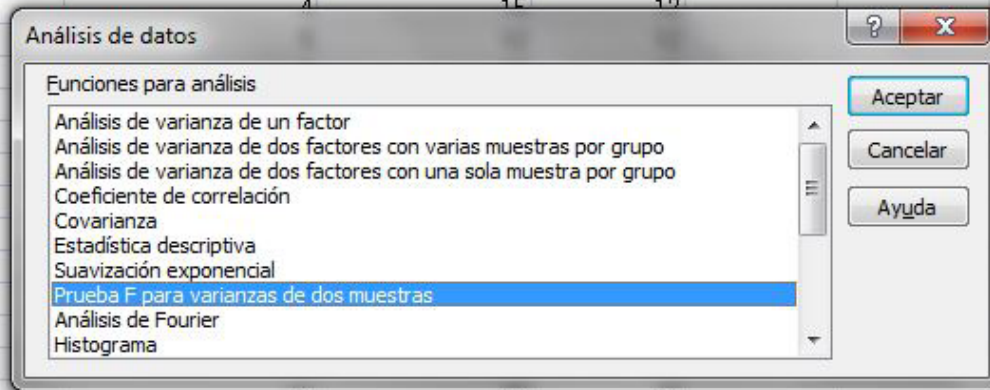
	A	B	C
	<i>Población 1</i>		
	Media	13.68	
	Error típico	0.485523772	
	Mediana	12	
	Moda	12	
	Desviación estándar	2.427618861	
	Varianza de la muestra	5.893333333	
	Curtosis	0.26907283	
1)	Coefficiente de asimetría	0.57804813	
1	Rango	11	
2	Mínimo	9	
3	Máximo	20	
4	Suma	342	
5	Cuenta	25	

El programa no calcula la densidad de organismos por cuadrante, ni el tamaño de muestra, realice estos cálculos manualmente.

Para las pruebas de varianza y medias use el siguiente procedimiento:

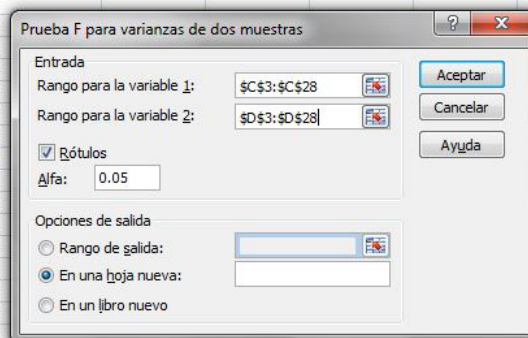
Seleccione el botón análisis de datos y en el cuadro de diálogo elija la opción prueba F para varianzas de dos muestras.

No. de cuadr.	Población 1	Población 2
1	16	12
2	12	12
3	12	16
4	15	12
5	16	12
6	16	12
7	16	16
8	12	12
9	16	12
10	12	16
11	12	16
12	12	16
13	15	16
14	15	12
15	16	16
16	20	16
17	12	12
18	12	16
19	12	12
20	12	12



Seleccione las columnas a analizar (asegúrese de que la primer columna tenga el valor de varianza mayor que la segunda columna seleccionada), si seleccionó las etiquetas verifique que la casilla rótulos este seleccionada y acepte.

Sumatorias									
	B	C	D	E	F	G	H	I	J
No. de cuadr.	Población 1	Población 2							
1	16	12							
2	12	12							
3	12	16							
4	15	12							
5	12	12							
6	16	12							
7	16	16							
8	12	12							
9	16	12							
10	12	16							
11	12	16							
12	12	16							
13	15	16							
14	15	12							
15	16	16							
16	20	16							
17	12	12							
18	12	16							
19	12	12							
20	12	12							
21	12	16							
22	16	16							
23	9	16							
24	16	12							
25	12	12							





A continuación se muestran los resultados de la prueba de varianzas:

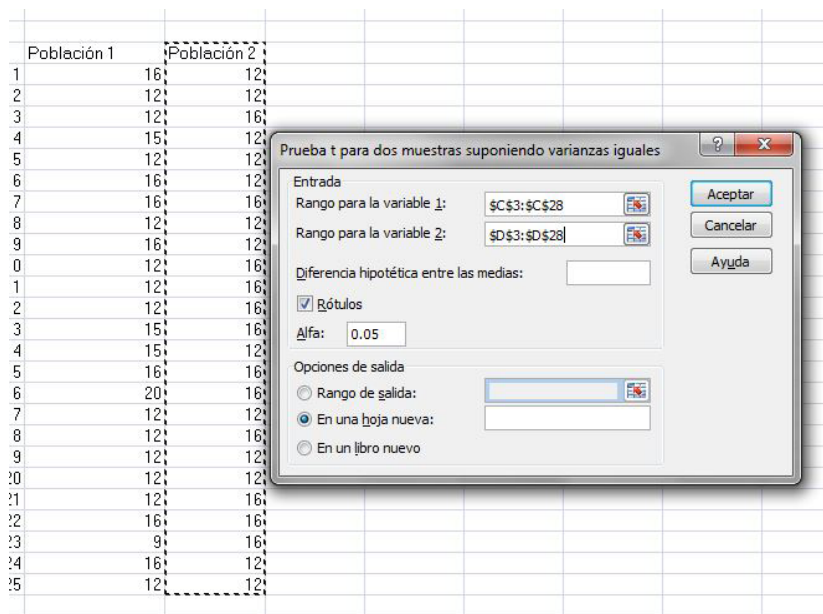
	A	B	C	D
1	Prueba F para varianzas de dos muestras			
2				
3		<i>Población 1</i>	<i>Población 2</i>	
4	Media	13.68	13.92	
5	Varianza	5.893333333	4.16	
6	Observaciones	25	25	
7	Grados de libertad	24	24	
8	F	1.416666667		
9	P(F<=f) una cola	0.19982736		
10	Valor crítico para F (una cola)	1.983759568		
11				
12				
13				

Aquí podrá encontrar los valores calculados y de tablas de la distribución F, revíselos y siga la regla de decisión para concluir si las varianzas poblacionales son iguales o no, dado que de este resultado dependerá el tipo de prueba de medias que deberá elegir, a continuación se describe esta prueba.

Use el botón análisis de datos y en cuadro de diálogo elija la opción correspondiente según sea el resultado de la prueba de varianzas, en este caso se muestra la Prueba de *t* para dos muestras suponiendo varianzas iguales y acepte. Tenga en cuenta que si la hipótesis nula de la prueba de varianzas se rechazó entonces debe elegir la prueba de *t* para dos muestras suponiendo varianzas desiguales.

Población 1	Población 2
16	12
12	12
12	16
15	12
12	12
16	12
16	16
12	12
16	16
12	12
16	16
12	12
16	16
9	16
16	12
12	12

Seleccione las columnas a analizar, variable 1 y dos, si seleccionó los nombres de las variables verifique que la casilla rótulos esté verificada y acepte.



El resultado del análisis se muestra a continuación donde puede revisar, además de algunos estadígrafos básicos calculados, los resultados de la distribución  $t$  calculada para sus datos y la  $t$  de tablas considerando prueba bilateral y unilateral, en este caso se observa además la probabilidad de que la  $t$  calculada sea menor o igual a la  $t$  de tablas, con lo cual es fácil saber si existe diferencia significativa en la comparación de medias realizada. Use estos valores para la regla de decisión y concluya sobre este resultado.

	Población 1	Población 2
1	16	12
2	12	12
3	12	16
4	15	12
5	12	12
6	16	12
7	16	16
8	12	12
9	16	12
0	12	16
1	12	16
2	12	16
3	15	16
4	15	12
5	16	16
6	20	16
7	12	12
8	12	16
9	12	12
0	12	12
1	12	16
2	16	16
3	9	16
4	16	12
5	12	12

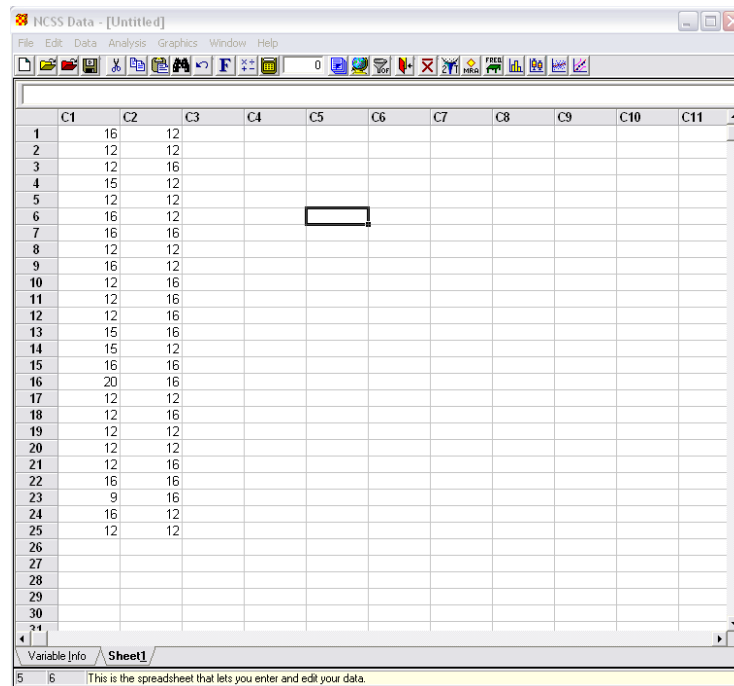
  

	Población 1	Población 2
Media	13.68	13.92
Varianza	5.893333333	4.16
Observaciones	25	25
Varianza agrupada	5.026666667	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	48	
Estadístico t	-0.37846542	
P(T<=t) una cola	0.35337683	
Valor crítico de t (una cola)	1.677224197	
P(T<=t) dos colas	0.70675366	
Valor crítico de t (dos colas)	2.010634722	

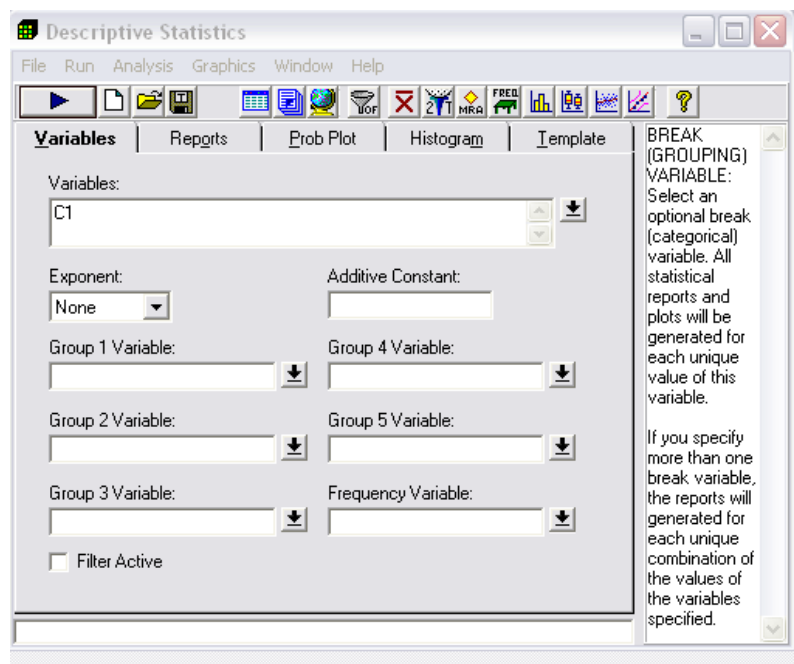
Uso de programas especializados


Si bien se ha mencionado la pléyade de estos programas se muestra a continuación el resultado del análisis con el programa NCSS (Number Cruncher Statistical Software®, del cual la Universidad posee licencia para su uso y se encuentra disponible en las salas de cómputo.

Pantalla inicial con la base de datos a trabajar, dos poblaciones.



Se analiza solo una población, columna C1, el análisis de la segunda población se realiza análogamente. Abra el menú *Analysis*, elija en este la opción *Descriptive statistics* y del menú emergente vuelva a elegir la opción *Descriptive stats*.



En el siguiente cuadro de diálogo teclee la columna a analizar (C1) y presione Run . Obtendrá el siguiente reporte del análisis, (Analice y discuta con su profesor cada sección que presenta el programa):

ICSS Output

Edit View Format Window Help

Descriptive Statistics Output

### Descriptive Statistics Report

Page/Date/Time 1 04-30-2013 16:55:15  
Database

**Summary Section of C1**

Count	Mean	Standard Deviation	Standard Error	Minimum	Maximum	Range
25	13.68	2.427619	0.4855238	9	20	11

**Counts Section of C1**

Rows	Sum of Frequencies	Missing Values	Distinct Values	Sum	Total Sum Squares	Adjusted Sum Squares
25	25	0	5	342	4820	141.44

**Means Section of C1**

Parameter	Mean	Median	Geometric Mean	Harmonic Mean	Sum	Mode
Value	13.68	12	13.47937	13.28413	342	12
Std Error	0.4855238				12.13809	
95% LCL	12.67793	12			316.9482	
95% UCL	14.68207	16			367.0518	
T-Value	28.1758					
Prob Level	0.000000					
Count	25		25	25		13

**Variation Section of C1**

Parameter	Variance	Standard Deviation	Unbiased Std Dev	Std Error of Mean	Interquartile Range	Range
Value	5.893333	2.427619	2.453031	0.4855238	4	11
Std Error	1.661636	0.4839945		9.679891E-02		
95% LCL	3.593124	1.895554		0.3791107		
95% UCL	11.40539	3.377187		0.6754375		

**Skewness and Kurtosis Section of C1**

## Práctica 3

### Comparación de varias poblaciones (Análisis de Varianza unifactorial)

#### Introducción

Para comparar más de dos poblaciones, el Análisis de Varianza (ANOVA por sus siglas en Inglés) es una técnica de análisis que permite medir la variación total presente en un conjunto de datos y la divide en varios componentes, cada uno de los cuales tiene asociada una fuente de variación específica, de manera que en el análisis es posible conocer la magnitud de las contribuciones en cada fuente de variación en relación con la variación total (Marques de Cantú, 1991).

El ANOVA puede usarse para estimar y contrastar hipótesis acerca de las varianzas y acerca de las medias poblacionales. Aquí a las variables se les suele llamar factores y a los diferentes niveles de cada variable o factor se les llama tratamientos o categorías (Marques de Cantú, 1991).

Esta técnica desarrollada por Fisher ha sido utilizada en Ecología para contrastar hipótesis de investigación y muestreo. Se ha aplicado en el diseño de experimentos ecológicos para evidenciar diferencias de las variables respuesta a patrones espaciales, patrones temporales, procesos ecológicos, experimentos de trasplante, entre otras. En general, se aplica a los diseños experimentales realizados tanto en el campo como en el laboratorio que pretendan revelar la intensidad de los efectos que provocan los procesos que operan sobre los organismos. El ANOVA se ha aplicado en sus diferentes formas: en el diseño unifactorial, con factores fijos o factores aleatorios, los modelos lineales usados en demografía, los experimentos factoriales de dos o más factores y algunos diseños especiales como el diseño de bloques aleatorios, el cuadrado latino y en la resolución de algunos problemas de experimentos de competencia entre poblaciones (Underwood, 1997).

Este análisis debe cumplir con varios supuestos: 1. Normalidad de las distribuciones; es decir, que el tamaño de muestra sea lo suficientemente grande, y que las variables a medir pertenezcan a la escala de razón o intervalo que permitan tratar los datos con cierta confianza de normalidad. 2. Igualdad de varianzas, este supuesto puede controlarse si el tamaño de muestra de los tratamientos es el mismo. 3. Muestreo aleatorio simple (MAS), esta condición es la más fácil de cumplir si consistentemente usamos el MAS en el diseño experimental y en los trabajos ecológicos.

#### Objetivo

Usando todos los resultados generados por el grupo de la práctica número 2, realice un ANOVA donde pruebe la diferencia entre medias de las poblaciones sésiles simuladas usando como tratamientos a las poblaciones y la variable respuesta el número de individuos por cuadrante.

#### Material

- Datos de la práctica anterior.
- Hoja de cálculo Excel®, programas NCCS® o calculadora.

#### Procedimiento

1. Realice el ANOVA de los datos que el profesor le indique.
2. Discuta sus resultados de acuerdo a los tratamientos considerados, apoye su discusión en libros especializados.

#### Análisis estadístico

Se probará la hipótesis

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$$

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \dots \neq \mu_k$$

Se desarrolla un ejemplo de ANOVA con un diseño completo, con el propósito de lograr que el alumno sea capaz de comprender las fuentes de variación, así como de poder interpretar la tabla que generan los programas estadísticos.

Ejemplo de diseño completo:

A continuación se muestran los tiempos de alimentación de peces en cuatro diferentes poblaciones (A, B, C, D) mantenidos en cultivo dentro de estanques de experimentación, se quiere saber si existe influencia de los tiempos de alimentación promedio con el posterior crecimiento de estos organismos: Análisis modificado de Gutiérrez y de la Vara (2003).

		A	B	C	D
		6	7	11	10
		8	9	16	12
		7	10	11	11
		8	8	13	9
Total por tratamiento (población) $Y_{i\cdot}$	$Y_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}$	29	34	51	42
Número de datos en cada tratamiento (tiempos)	$n_i$	4	4	4	4
Media muestral por tratamiento (especie)	$\bar{Y}_{i\cdot} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}}{n_i}$	7.25	8.50	12.75	10.50
Desviación respecto a la media global	$\hat{t}_i = \bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot\cdot}$	-2.50	-1.25	3.0	0.75

## Operaciones realizadas

Suma de los cuadrados de todas las observaciones o datos, mide la variabilidad total de los datos (tiempos):

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 Y_{ij}^2 = 6^2 + 7^2 + \dots + 9^2 = 1620$$

Suma de los datos

$$Y_{\cdot\cdot} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 Y_{ij} = 6 + 7 + \dots + 9 = 156$$

Total de datos u observaciones (tiempos)

$$N = \sum_{i=1}^4 n_i = 16$$

Media global

$$\bar{Y}_{\cdot\cdot} = \frac{Y_{\cdot\cdot}}{N} = \frac{156}{16} = 9.75$$

Para construir la tabla de ANOVA calcularemos la suma total de cuadrados o variabilidad total presente en los datos con la expresión

$$SC_T = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 Y_{ij}^2 - \frac{Y_{\cdot\cdot}^2}{N} = 1620 - \frac{156^2}{16} = 99.0$$

La suma de cuadrados de tratamiento o variabilidad debida a la diferencia de especies del conjunto de datos:

$$SC_{TRAT} = \sum_{i=1}^4 \frac{Y_i^2}{n_i} - \frac{Y^2..}{N} = \frac{(29^2 + 34^2 + 51^2 + 42^2)}{4} - \frac{156^2}{16} = 69.5$$

Suma de cuadrados del error o variabilidad dentro de las especies

$$SC_E = SC_T - SC_{TRAT} = 99 - 69.5 = 29.5$$

Cuadrados medios de tratamiento (población) y error

$$CM_{TRAT} = \frac{SC_{TRAT}}{k-1} = \frac{69.5}{3} = 23.17 \text{ y } CM_E = \frac{SC_E}{N-k} = \frac{29.5}{12} = 2.46$$

Estadígrafo de prueba

$$F_0 = \frac{CM_{TRAT}}{CM_E} = \frac{23.17}{2.46} = 9.42$$

Con estos valores calculados puede llenarse la tabla de ANOVA, primero se muestran las fórmulas utilizadas en su correspondiente salida y posteriormente los valores numéricos calculados:

Tabla de ANOVA:

FV	SC	GL	CM	F <sub>0</sub>	p-value
Tratamientos	$SC_{TRAT} = \sum_{i=1}^4 \frac{Y_i^2}{n_i} - \frac{Y^2..}{N}$	k-1	$CM_{TRAT} = \frac{SC_{TRAT}}{k-1}$	$\frac{CM_{TRAT}}{CM_E}$	P(F>F <sub>0</sub> )
Error	$SC_E = SC_T - SC_{TRAT}$	N-k	$CM_E = \frac{SC_E}{N-k}$		
Total	$SC_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \frac{Y^2..}{N}$	N-1			

Fv = Fuente de variación, SC = Suma de cuadrados, GL = Grados de libertad, F<sub>0</sub> = F calculada, p-value = probabilidad calculada

Análisis modificado de Gutiérrez y de la Vara (2003).

FV	SC	GL	CM	F <sub>0</sub>	p-value
Poblaciones	69.5	3	23.17	9.42	0.0000
Error	29.5	12	2.46		
Total	99.0	15			

Los programas especializados calculan el valor de la probabilidad que permite conocer si se rechaza la hipótesis nula de la prueba de hipótesis ( $p < 0.05$ ). Otra forma para concluir si se rechaza esta hipótesis es comparar el valor del estadígrafo de prueba  $F_0 = 9.42$  con el valor de tablas de  $F_{0.05,3,12} = 3.49$ . En este caso  $F_0 > F_{0.05,3,12}$ , por tanto rechazamos la hipótesis nula y concluimos que si existe diferencia en los tiempos promedio de alimentación de las poblaciones de peces en cultivo.

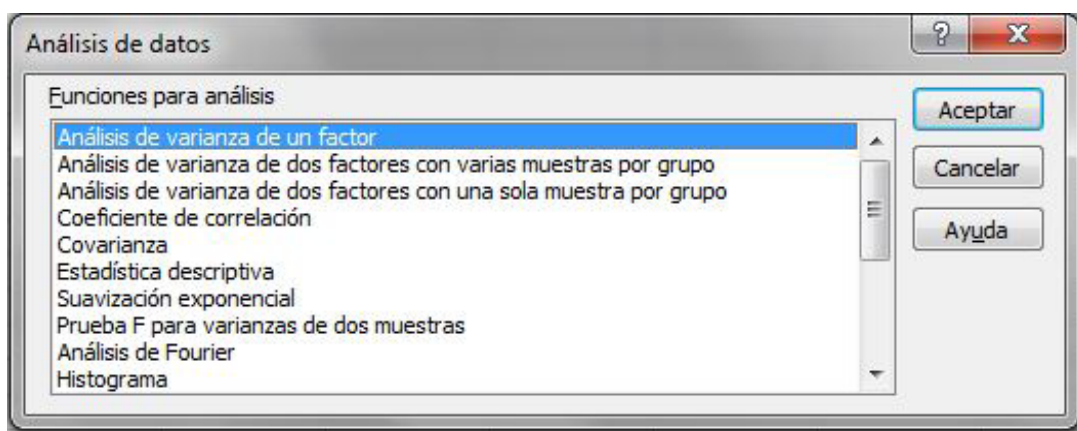
## Uso de Programas especializados

Usando los mismos programas Excel® y NCSS® procesaremos la base de datos propuesta y mostramos los resultados obtenidos, cabe destacar la facilidad del cálculo con estas ayudas informáticas desde luego que se alienta a los alumnos a hacer uso de estos programas que les permiten reducir el tiempo de cálculo y usarlo en el análisis y discusión de los resultados.

En la siguiente imagen se muestra la base de datos registrada en la hoja de cálculo Excel.

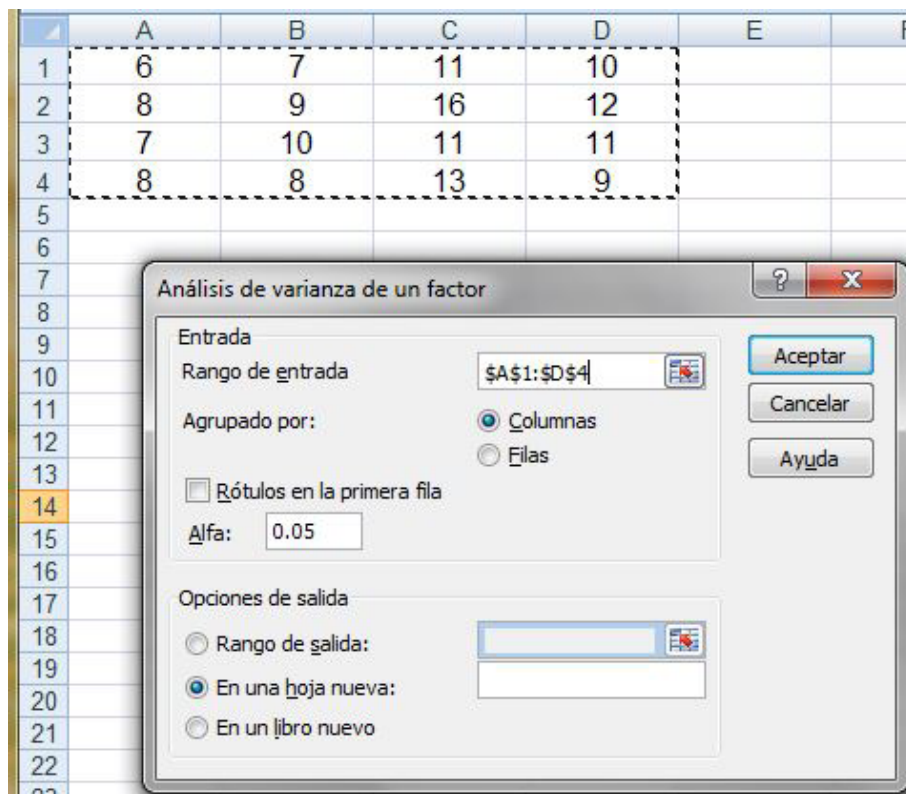
	A	B	C	D	E	F
1	6	7	11	10		
2	8	9	16	12		
3	7	10	11	11		
4	8	8	13	9		
5						
6						

El alumno elegirá la pestaña datos y en esta la herramienta análisis de datos (botón con este nombre). En el cuadro de diálogo buscará la opción Análisis de varianza de un factor y aceptará.





El siguiente cuadro de diálogo me solicita ingresar el rango de valores a analizar, seleccionaremos los valores de los tiempos de alimentación por especie como se muestra a continuación.

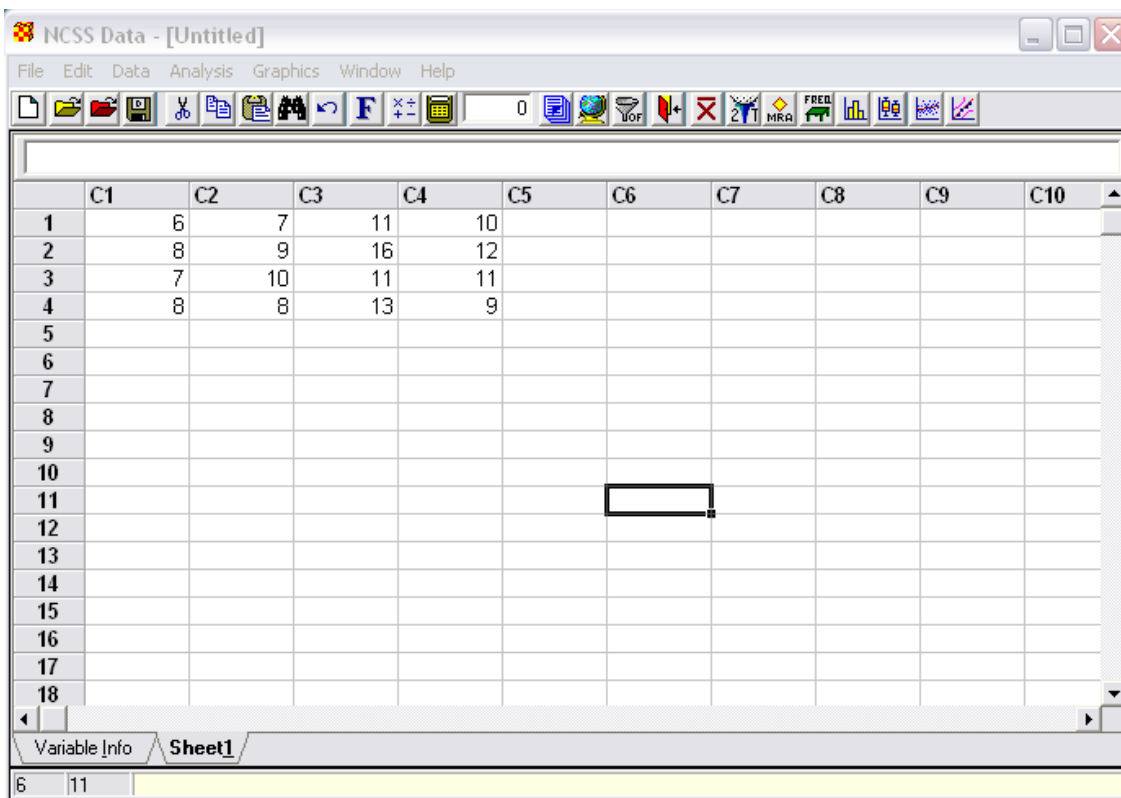


El cuadro de diálogo nos da la opción de definir si los valores están arreglados en filas o columnas, si existen rótulos en la primera fila, el nivel de confianza alfa y si el resultado de los cálculos los queremos en la misma hoja, para lo que tendremos que seleccionar un rango de salida adecuado, en una hoja nueva o en un libro nuevo, aquí se eligió en una hoja nueva. Se muestra seguidamente el resultado del análisis realizado.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Análisis de varianza de un factor						
2							
3	RESUMEN						
4	Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza		
5	Columna 1	4	29	7.25	0.916666667		
6	Columna 2	4	34	8.5	1.666666667		
7	Columna 3	4	51	12.75	5.583333333		
8	Columna 4	4	42	10.5	1.666666667		
9							
10							
11	ANÁLISIS DE VARIANZA						
12	Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F
13	Entre grupos	69.5	3	23.16666667	9.423728814	0.001770946	3.490294821
14	Dentro de los grupos	29.5	12	2.458333333			
15							
16	Total	99	15				
17							

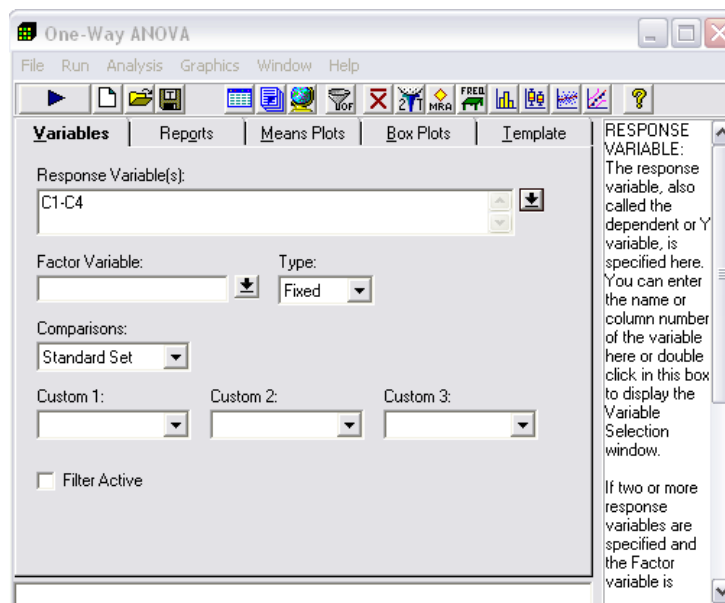
Como se puede observar la tabla de análisis coincide con el análisis manual realizado.

Otra posibilidad es usar el programa NCSS para realizar estos cálculos aquí se muestra la base de datos copiada y pegada desde Excel a NCSS



	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
1	6	7	11	10						
2	8	9	16	12						
3	7	10	11	11						
4	8	8	13	9						
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										

Elija la opción *Analysis* y del menú emergente *One-Way ANOVA*:



**One-Way ANOVA**

File Run Analysis Graphics Window Help

**Variables** | Reports | Means Plots | Box Plots | Template

Response Variable(s): C1-C4

Factor Variable: [ ] Type: Fixed


Comparisons: Standard Set

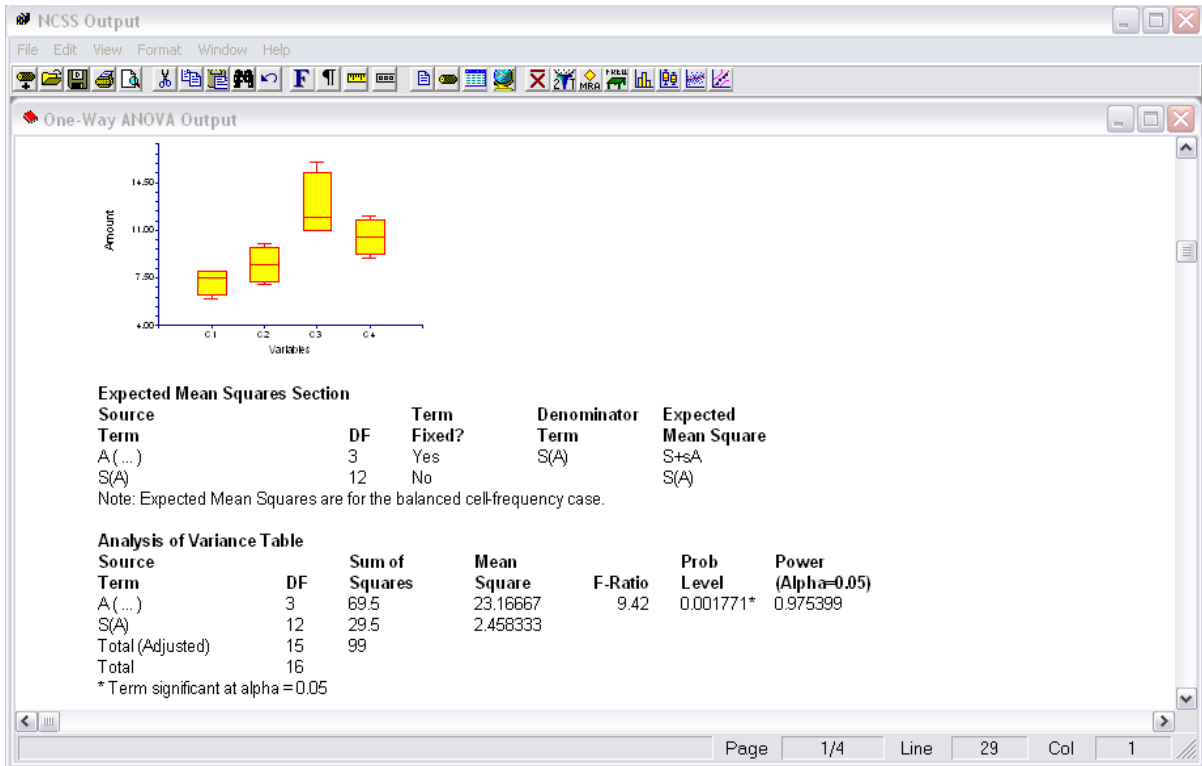
Custom 1: [ ] Custom 2: [ ] Custom 3: [ ]

Filter Active

RESPONSE VARIABLE: The response variable, also called the dependent or Y variable, is specified here. You can enter the name or column number of the variable here or double click in this box to display the Variable Selection window.

If two or more response variables are specified and the Factor variable is

En el cuadro de diálogo se muestra un menú llamado *variables* elija las columnas que corresponden a sus datos en este caso de la columna 1 a la 4 (C1-C4) y presiones el botón run . Se muestra a continuación la salida del cálculo donde además de la tabla de ANOVA que se muestra el programa calcula otros estadígrafos como pruebas de normalidad, los diagramas de cajas, las pruebas no paramétricas de comparación múltiple de Kruskal y Wallis y pruebas de comparación de medias Bonferroni, Tukey-Kramer. Discuta con su profesor el significado y utilidad de estas pruebas en el marco del análisis que se realiza.



## Cuestionario

1. Explique cuáles son las razones para no realizar el análisis de esta práctica con pruebas de  $t$  de todos los posibles pares de poblaciones.

---

---

---

2. Cuáles son los supuestos en los que descansa el ANOVA, explique detalladamente.

---

---

---

3. Enumere los beneficios de realizar un ANOVA para los datos que procesó.

---

---

---















4. Cuáles son los modelos del Análisis de Varianza, explíquelos.

---




---

---

## Literatura citada

-  IBM Corp. Released 2013. IBM SPSS Statistics for Windows, Version 22.0. Armonk, NY: IBM Corp.
-  Gutiérrez, P. H y de la Vara, S. R., 2003. *Análisis y diseño de experimentos*. McGraw-Hill Interamericana. México, 571 p.
-  Hammer, Ø., Harper, D.A.T., Ryan, P.D. 2001. PAST: Paleontological statistics software package for education and data analysis. *Palaeontologia Electronica* 4(1): 9pp. [http://palaeo-electronica.org/2001\\_1/past/issue1\\_01.htm](http://palaeo-electronica.org/2001_1/past/issue1_01.htm)
-  Hintze, J. (2000). NCSS 1999. NCSS, LLC. Kaysville, Utah, USA. [www.ncss.com](http://www.ncss.com).
-  Marques de Cantú, M. J, 1991. *Probabilidad y Estadística para las ciencias Químico-Biológicas*. McGraw-Hill, México. 657 p.
-  Minitab 17 Statistical Software (2010). [Computer software]. State College, PA: Minitab, Inc. ([www.minitab.com](http://www.minitab.com)).
-  Pfaff, B. J. Darrington et. al., 2010. GNU PSPP. <http://www.gnu.org/software/pspp/>.
-  R Core Team (2013). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>.
-  StataCorp. 2013. Stata Statistical Software: Release 13. College Station, TX: StataCorp LP.
-  Statdisk 2005-2014. <http://www.statdisk.org/>
-  Statgraphic Plus 5.1 Copyrighty 1994-2001 Statistically Graphic Corp.
-  StatSoft, Inc (2010). "STATISTICA Version 9.1." URL <http://www.statsoft.com/>.
-  TIBCO, 2008. TIBCO Software Inc. Palo Alto, CA 94304 USA .
-  Underwood, A. J., 1997. Experiments in ecology. Their logical design and interpretation usin analysis of variance. Cambridge University Press. United Kingdom. 504 p.

## Literatura recomendada

-  Zar, J. H., 1999. *Bioestatistical Analysis*, cuarta edición. Prentice Hall. Nueva Jersey USA, 663 p.
-  Scheiner, S. M. y J. Gurevitch, 2001. *Design and análisis of ecological experiments*. Segunda edición. Oxford University Press. Nueva York, USA. 415 p.
-  Motulsky, H. 1995. *Intuitive Biostatistics*. Oxford University Press. Nueva York, USA. 386 p.



## Práctica 4

### Estimación del tamaño de la Población Captura-Recaptura

#### Introducción

Un problema central en la Ecología es la determinación del tamaño de las poblaciones, así como la dinámica demográfica que genera sus variaciones en el espacio y en el tiempo en función de las relaciones de la especie en cuestión con el ambiente, de sus interacciones con otras especies y de las características intrínsecas de su historia de vida.

Dentro de los métodos para estudiar el tamaño poblacional en especies de animales se encuentra el de Captura-Recaptura, el cual a su vez está dentro de los métodos pseudomuestrales (método de simulación que permite generar números aleatorios a través de un algoritmo o procedimiento determinista), y es considerado por muchos como el de mayor importancia. Fue propuesto originalmente por Petersen en 1896, y fue usado por Lincoln en 1930 (Begon, 1989), se recomienda para aplicarse en especies móviles y/o de hábitos esquivos. El fundamento de la técnica es que el tamaño de la población puede ser estimado indirectamente mediante el marcaje y liberación de una muestra durante la primera parte del procedimiento y el re-muestreo de individuos marcados y no marcados en una o más ocasiones posteriores.

La validación de la aplicación del método dependerá del cumplimiento de los siguientes supuestos según Southwood (1978).

- La población debe ser cerrada ( $N = \text{cte.}$ ); es decir, no debe existir inmigración ni emigración de individuos.
- Todos los individuos deben tener la misma probabilidad de ser capturados en la primera extracción, al igual que de ser recapturados, esto es, deben tener la misma probabilidad de salir en la primera o segunda muestras.
- La marca no debe influir en la recaptura o distribución de los individuos.
- La segunda muestra tiene que ser aleatoria simple, esto se refiere a que cada una de las  $N$  en  $n$  muestras posibles, deben tener igual probabilidad de ser escogidas.
- No debe haber pérdida de marcas en los individuos durante ninguno de los muestreos.
- La población debe ser considerada estable, es decir, no hay nacimientos ni muertes entre dos muestreos subsecuentes realizados.

#### Objetivo

Mediante la simulación de una población móvil, estimar el tamaño de la misma empleando dos métodos de Captura-Recaptura, Lincoln-Petersen y Jackson.

#### Material

- Hoja de cálculo.
- 1 vaso de precipitados de 100 ml.
- 1 kg de frijoles.
- 1/2 kg de frijoles de diferente color y tamaño equivalente.
- 1 caja de cartón o una bolsa de plástico.

#### Procedimiento (Simulación)

- Colocar un kilo de frijoles en el interior de la caja de cartón o bolsa de plástico (contenedor).
- Obtener del contenedor un vaso de precipitados al ras de semillas y contarlas.
- Sustituirlas con un número equivalente de semillas de diferente color e introducirlas en el contenedor (éstos serán los individuos marcados y liberados que denominaremos  $M$ ).

4. Mezclar vigorosamente las semillas hasta considerar que los individuos marcados quedaron homogéneamente distribuidos.
5. Obtener una muestra (recaptura) de  $C$  individuos entre los que habrá un número  $R$  recapturados con marca.
6. Para el método de Lincoln-Petersen deberá simular el aumento en el esfuerzo de captura, tomando un vaso de precipitados el primer día, dos vasos el segundo, tres vasos el tercero y 4 vasos el cuarto día; use la tabla 1 para registrar su muestreo. Regrese los individuos (frijoles) marcados y no marcados al contenedor cada vez que realice la toma del esfuerzo de captura.
7. Para el método de Jackson deberá seguir los pasos 1 a 5, teniendo registrados el primer día  $M$ ,  $C$  y  $R$ . Este método no requiere el aumento del esfuerzo de captura, por lo que el segundo, tercero y cuarto días (o unidad de tiempo pertinente, minutos, horas, etc.) solo tomará 1 vaso de precipitados por día, use la Tabla 3 para registrar su muestreo. De igual forma que en el método anterior, regrese los organismos que contó previo a la realización de una nueva toma de los días considerados.

## Análisis estadístico

### Método de Lincoln-Petersen

El tamaño de la población total  $N$ , se obtiene de la siguiente forma (Cox, 1978).

$$N = (M \times C) / R \quad (\text{Tabla 1})$$

en donde:  $N$  = tamaño de la población total.  
 $M$  = número de individuos marcados.  
 $C$  = número de individuos de la recaptura.  
 $R$  = número de individuos recapturados que poseen marca.

Calcular los límites de confianza entre los cuales puede encontrarse el tamaño de la población, para ello debe utilizar la siguiente fórmula:

$$N = N \pm (t_{\alpha/2, n-1}) (ES)$$

Para la elección del estadístico  $t$  considere los grados de libertad de infinito con alfa de 0.05.

El error estándar se calcula con la expresión:

$$ES = \sqrt{\frac{M^2 (C+1)(C-R)}{(R+1)^2 (R+2)}}$$

utilice la Tabla 2 para estos cálculos.

### Método de Jackson

Otro método que involucra marcar a los animales una sola vez y por lo menos 4 recapturas es el Método de Jackson expuesto por este autor en 1937. Con este método puede estimarse el total de la población, para lo que es necesario realizar el cálculo de la siguiente expresión:

$$Y_x = R \left( \frac{100}{M} \cdot \frac{100}{C} \right)$$

donde:  $Y_x$  = Recaptura corregida para la muestra  $x$ .  
 $R$  = Número de organismos marcados de la recaptura  $x$ .  
 $C$  = Total de animales (con o sin marca) capturados en la muestra  $x$ .  
 $M$  = Número total de organismos marcados y liberados el día cero.



Es necesario calcular el valor ponderado de la recaptura  $\bar{r}$  que representa la disminución de los valores de la recaptura debida a adiciones en la población después del día cero.

$$\bar{r} = \frac{Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n}{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{n-1}} \text{ aplicable cuando } x \leq 5$$

El estimador  $Y_0$  es el valor teórico de recapturas en el momento en que se han liberado los organismos marcados y se calcula como:

$$Y_0 = \left( \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{n-1}}{\bar{r}} \right) - (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{n-2})$$

Con este valor se calcula el tamaño de la población usando la siguiente ecuación:

$$N = 100 \times \frac{100}{Y_0} \quad (\text{Begon, 1986}).$$

Utilice la tabla 4 para realizar sus cálculos.

## Cuestionario

1. Dentro de los supuestos manejados en el método de Captura-Recaptura se menciona la obtención de una muestra aleatoria simple. Explique a qué se refiere esto.

---

---

---

2. Mencione cuáles son las ventajas que presenta el método de Captura-Recaptura en la estimación del tamaño poblacional, y qué tan válidos son los resultados obtenidos de este modo.

---

---

---

3. Mencione en qué tipo de poblaciones se emplea con mayor frecuencia este método, y cuáles son las marcas empleadas comúnmente.

---

---

---

4. ¿Qué otras variaciones existen sobre el método de Captura-Recaptura? Explique brevemente cada una de ellas.

---

---

---





5. Mencione al menos tres métodos que se incluyan dentro de la categoría de técnicas para el estudio de poblaciones sésiles o semisésiles.

---

---

---

## Literatura citada

-  Begon, J. M., J. L. Harper y C. R. Townsend, 1986. *Ecology. Individuals, Populations and Communities*. Blackwell. Oxford, 876 p.
-  Cox, G. W., 1978. *Laboratory Manual of General Ecology*. WM. C. Brown Company, Iowa, 232 p.
-  Lecren, E. D., 1965. A Note on the History of Mark-Recapture Population Estimates. *J. Anim. Ecol.*, 34 (2): pp. 453-454.
-  Southwood, T. R. E., 1978. *Ecological Methods*. John Wiley and Sons, Nueva York, 391 p.

## Literatura recomendada






-  Anderson, D. R., Burnham, K. P. y Crain, B. R., 1978. A Log-Linear Model Approach to Estimation of Population Size Using the Line-Transsect Sampling Method. *Ecology*, 59 (1): 190-193.
-  Bailey, N. T. J., 1951. On Estimating the Size of Mobile Populations from Recapture Data. *Biometrika*, 38: 102-105.
-  Cormack, R. M., 1968. The Statistics of Capture-Recapture Methods. *Oceanogr. Mar Biol. Ann. Rev.*, 6: 455-506.
-  Darroch, J. N., 1958. The Multiple-Recapture Census I. Estimation of Closed Populations. *Biometrika*, 48: 241-260.
-  Krebs, 1999. *Ecological methodology*. 2da. Edición. Adison Wesley Longman, USA., 620 p.

Tabla 1. Registro del muestro por el método de Lincoln-Petersen

Captura No de vasos de precipitados	No marcados	Recapturados R	Total capturados C	Marcados y liberados M	Población estimada $N = (M \times C) / R$
1					
2					
3					
4					

Tabla 2. Intervalos de confianza para el método de Lincoln-Petersen

Captura	Error estándar	L. I.	L. S.
1			
2			
3			
4			

L. I. = Límite inferior, L. S. = Límite superior de los intervalos de confianza respectivamente.

Tabla 3. Registro del muestro por el método de Jackson

Día	Recapturados R	Total capturados C	Marcados y liberados M
1			
2			
3			
4			

Tabla 4. Cálculo de la población estimada por el método de Jackson

No de recaptura	$Y_x$	$\bar{r}$	$Y_0$	N
1				
2				
3				
4				

## Actividades complementarias

Deberá entregar por escrito un cuadro comparativo que considere las ventajas y desventajas de al menos 6 métodos de captura y recaptura diferentes a los revisados en clase. Deberá acompañar este cuadro con las fórmulas para el cálculo de los errores estándar de cada uno de los estimadores de dicho cuadro.

## Práctica 5

### Arreglo espacial de las poblaciones

#### Introducción

En el momento en que se planea realizar un estudio poblacional con un enfoque ecológico, es fundamental conocer el comportamiento de la especie seleccionada para así poder diseñar el tipo de muestreo que mejor se acople a la distribución de la especie en cuestión. En primer término debe delimitarse el área que cumpla con las necesidades del estudio, para posteriormente proceder al conteo de la población. Una de las variables que comúnmente se registra en campo es la ubicación precisa de cada individuo con relación al área muestreada. Este procedimiento se lleva a cabo subdividiendo el área de muestreo en pequeños cuadros, cuyo tamaño dependerá del tamaño de los individuos que se estudian. La distribución de los individuos en el espacio físico depende de la disponibilidad de los factores ambientales que determinan su desarrollo.

Naturalmente, no sólo los factores abióticos son determinantes en la distribución de los organismos de una especie, sino que también los factores bióticos juegan un papel definitivo en el establecimiento de nuevos individuos. Es claro que en algunos casos la presencia de un sólo factor no será definitiva, sino que la acción conjunta de varias características ambientales serán las que determinen la distribución espacial de los individuos.

La densidad es una característica de la población que no refleja el arreglo poblacional, ya que dos poblaciones pueden tener la misma densidad pero arreglo espacial diferente. El arreglo de una población dentro del hábitat es llamado distribución de la población así el conocer la dispersión poblacional es importante porque el grado de agregación de los individuos influye sobre el porcentaje por unidad de área ocupada por ellos.

Existen tres patrones básicos de dispersión: uniforme o regular, al azar y contagiosa o agregada, sin embargo la distribución de los organismos en la naturaleza tiende generalmente a ser contagiosa (Brower y Zar, 1977).

Para poder caracterizar los diferentes tipos de arreglo espacial que se pueden encontrar en la naturaleza, es necesario considerar ciertas condiciones o supuestos que deben cumplirse. Las hipótesis ecológicas en las que se basa la disposición al azar, que es la más simple y la que asume el menor número de suposiciones según Rabinovich (1982), son:

- a) Todos los puntos en el espacio tienen la misma probabilidad de ser ocupados por un organismo.
- b) La presencia de un individuo en un cierto punto en el espacio, no afecta la ubicación de otro individuo.

Para la distribución al azar, aunque estas condiciones rara vez son satisfechas en la naturaleza, implican que: según la hipótesis **a**, todos los puntos en el espacio tienen exactamente las mismas condiciones de habitabilidad, ya que a lo largo de ese espacio todos los factores físicos, químicos y biológicos se mantienen homogéneos; la hipótesis **b**, indica que los diversos individuos que componen la población son totalmente insensibles a la presencia o a los efectos de otros individuos; es decir, los fenómenos de interacción no son considerados, tanto los de interacción negativa (competencia), como los de interacción positiva (agregación social).

En el caso de la disposición uniforme, la hipótesis **a** del arreglo al azar se cumple, pero no la hipótesis **b**; es decir, la presencia de un individuo en un cierto punto en el espacio, ya que la ubicación de un individuo sí afecta la de otro. El fenómeno de interacción toma la forma de competencia intraespecífica entre los individuos de la población por un cierto recurso que puede ser por espacio o alimento. En este caso las interacciones son negativas.

La disposición contagiosa puede presentarse cuando no se cumple la primera hipótesis del arreglo al azar, pero si la segunda. En este caso es claro que no todos los puntos en el espacio tienen la misma probabilidad de ser ocupados por un organismo, ya que habrá zonas en donde sólo se presenten las condiciones adecuadas para la sobrevivencia o establecimiento de la especie.

Es importante resaltar que la disposición contagiosa también puede presentarse cuando se cumple la primera hipótesis pero no la segunda (arreglo uniforme), si bien el espacio ofrece la posibilidad de ser ocupado por todos los organismos, estos últimos requieren estar en contacto dado su necesidad social de reproducción, protección, por tanto, la interacción es de tipo positiva y toma la forma de agregaciones sociales.

Con el objeto de conocer el patrón de distribución espacial que presenta cada población, se han desarrollado dos métodos generales de análisis. Estos, difieren entre sí, por el tipo de variable considerada en el muestreo. En un caso se emplea la distancia del vecino más cercano y en otro las unidades discretas de muestreo.

## Objetivo

A partir de una población hipotética, simulada en papel, deberá estimar el tipo de disposición espacial que presenta dicha población.

## Material

- Población simulada en papel (Figura 1).
- Hoja de cálculo.
- Hoja de trabajo.

## Procedimiento

Cuadricule la población simulada con cuadrantes de 1.5 cm por lado, numere las áreas y elija 100 cuadrantes usando la tabla de números aleatorios (apéndice 1).

Registre en la hoja de trabajo (Tabla 1) el número de individuos presentes en cada cuadro y realice el análisis estadístico siguiente.

## Análisis estadístico

La estimación del tipo de disposición espacial al que corresponde la población en estudio, se realizará, mediante el empleo de los siguientes estadísticos (Clapham, 1936; Morisita, 1959; Zar, 1974; de Brower *et al.*, 1977; Rabinovich, 1982).

### Método 1 Distribución de Poisson y frecuencia relativa:

Esta distribución de variable discreta es la que mejor explica la disposición de los organismos (puntos) en un intervalo de tiempo o espacio, desarrollada por el matemático Siméon-Denis Poisson, que la dio a conocer en 1838 en su trabajo *Recherches sur la probabilité des jugements en matières criminelles et matière civile (investigación sobre la probabilidad de los juicios en materias criminales y civiles)*. Distribución de Poisson

$$P(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} \text{ donde:}$$

$P(x)$  = Probabilidad de Poisson. Probabilidad de que en un cuadro existan  $x$  individuos.

$e$  = Base de los logaritmos naturales.

$\mu$  = Media poblacional. Se estima a través de la media muestral  $\bar{x}$ .

$x!$  = Factorial de  $x$ .

Para estimar la media use la fórmula para datos agrupados

$$\bar{x} = \sum [x(f(x))] / \sum f(x)$$

Donde:

$x$  = Cuadrantes con  $x$  organismos.

$f(x)$  = Frecuencia de cuadrantes con  $x$  organismos.

$\sum f(x)$  = Suma de cuadrantes con  $x$  organismos.

La varianza para datos agrupados se calcula como:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Las variables discretas pueden expresarse en forma de proporciones o frecuencias relativas, como el número de veces que ocurre un evento entre el total de eventos que sucedieron, la gráfica de estos valores se aproximan a la distribución de Poisson y en general a la de cualquier distribución de variable discreta. La frecuencia relativa se calcula:

$$p(x) = \frac{f(x)}{n} \quad \text{donde:}$$

$p(x)$  = proporción observada. Proporción de cuadros conteniendo  $x$  individuos.

$f(x)$  = frecuencia de cuadros conteniendo  $x$  individuos.

$n$  = número de cuadros.

Use la tabla 1 para los resultados de sus cálculos:

Tabla 1. Resultados del cálculo de la distribución de Poisson y la frecuencia relativa

x	f(x)	P(x)	p(x)

Grafique la frecuencia relativa y los valores obtenidos del cálculo de Poisson contra  $x$  y consultado la figura 1 decida sobre el tipo de disposición espacial que presentan sus datos:

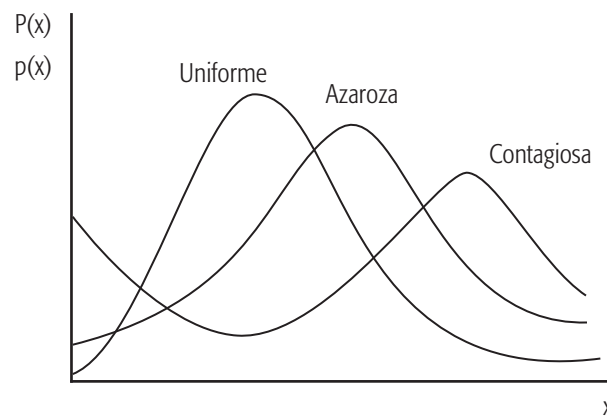


Figura 2. Distribución de Poisson para diferentes valores del parámetro  $\mu$

### Método 2 Relación varianza-media:

Si una población se puede describir con la distribución de Poisson, en ésta la media ( $\mu$ ) y la varianza ( $\sigma^2$ ) son iguales, por tanto el cociente de estos dos parámetros  $\sigma^2 / \mu = 1$ . Es evidente que al desconocerse los parámetros se debe calcular esta relación a través de los estadígrafos muestrales  $\bar{x}$  y  $s^2$ .

Si la relación  $s^2 / \bar{x} = 1$ , el arreglo es al azar (varianza = a la media); si la relación  $s^2 / \bar{x} < 1$ , el arreglo es uniforme (varianza menor que la media); pero si la relación  $s^2 / \bar{x} > 1$ ; el arreglo es contagioso (varianza mayor que la media).

Calcule la media como se muestra arriba y la varianza usando la fórmula para datos agrupados.

Decida cuál distribución presentan sus valores.

La relación varianza/media también llamado coeficiente de dispersión de la varianza relativa (de Brower *et al.*, 1997) está influida por el tamaño de muestra y el tamaño de cuadrante por tanto para una estimación confiable se deberán construir intervalos de confianza alrededor de este estimador, calcule éstos como se muestra a continuación y verifique cual de las desigualdades se cumple considerando  $\alpha = 0.05$ . Esta comprobación permitirá verificar el tipo de disposición espacial que poseen los organismos.

Arreglo al Azar

$$1 - \left[ (t_{\alpha, n-1}) \left( \sqrt{\frac{2}{n-1}} \right) \right] < s^2 / \bar{x} < 1 + \left[ (t_{\alpha, n-1}) \left( \sqrt{\frac{2}{n-1}} \right) \right]$$

Arreglo uniforme

$$s^2 / \bar{x} < 1 - \left[ (t_{\alpha, n-1}) \left( \sqrt{\frac{2}{n-1}} \right) \right]$$



Arreglo contagioso

$$1 + \left[ (t_{\alpha, n-1}) \left( \sqrt{\frac{2}{n-1}} \right) \right] < s^2 / \bar{x}$$

### Método 3 Distribución Ji-cuadrada:

Otro método que verifica qué tanto se apartan los datos de una distribución azarosa es el cálculo de la distribución Ji Cuadrada  $\chi^2$  (Hoel, 1943; Perry y Mead, 1979), con el estadígrafo siguiente:

$$\chi^2 = ss / \bar{x} \quad \text{donde:}$$

$ss = (n-1) (s^2)$  denominada suma de cuadrados y  $\bar{x}$  es la media muestral para datos agrupados.

Consultando la figura 3, intersepte el valor obtenido del estadígrafo  $\chi^2$  con los grados de libertad (n-1) de su muestreo y obtenga el tipo de arreglo espacial que presentan sus datos con este método.

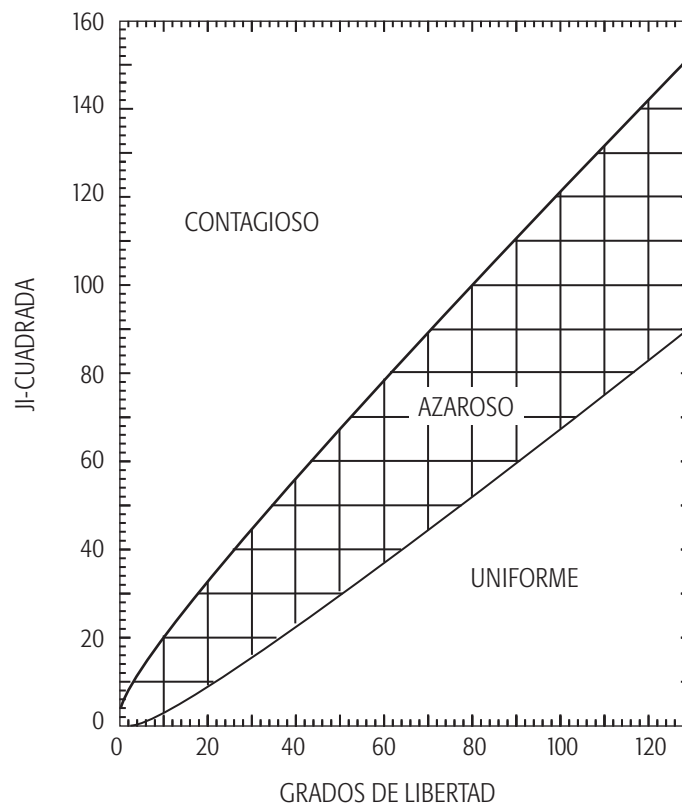


Figura 3. Gráfica de valores de  $\chi^2$  en función de los grados de libertad, los cálculos se hicieron usando  $\alpha = 0.05$  (modificado de Brower *et al.*, 1977).

#### Método 4. Índice de Morisita:

En 1958, Morisita propuso un índice que mide la dispersión de los datos o individuos de una población. El índice de Morisita es así una medida del arreglo de los organismos en el espacio, se calcula con la siguiente expresión:

$$I_d = \frac{\left( \sum_{i=1}^n X^2 \right) - N}{N(N-1)} n \quad \text{donde:}$$

$$n = \sum_{i=1}^n f(x) = \text{Número de cuadrantes totales}$$

$$N = \sum_{i=1}^n [x \cdot f(x)] \quad \text{Total de individuos en todos los cuadrantes.}$$

$$\left( \sum_{i=1}^n X^2 \right) = \sum_{i=1}^n [(x^2) f(x)] = \text{Es la sumatoria del producto del cuadrado del número de individuos por cuadrante (x) por la frecuencia observada f(x).}$$

Si el resultado del índice  $I_d$  es igual a uno, se considera que el arreglo es al azar. Si el cálculo del índice da un valor de cero, se concluye que el arreglo es uniforme. Se habla de arreglo espacial agregado cuando el resultado del índice es menor que la unidad y mayor que cero.

Para comprobar si el valor obtenido se aleja del arreglo azaroso, se debe realizar una prueba de bondad de ajuste de  $\chi^2$ , planteando la siguiente prueba de hipótesis:

Ho: La distribución es azarosa.

Ha: La distribución es estadísticamente diferente de la azarosa.

El estadígrafo desarrollado por Morisita para el cálculo de Ji-cuadrada es:

$$\chi^2 = n \cdot \left( \frac{\sum X^2}{N} \right) - N$$

Compare el valor obtenido con el valor crítico de la distribución  $\chi^2$  para n-1 grados de libertad y un  $\alpha = 0.05$ . Discuta y concluya con respecto al resultado del cálculo del Índice de Morisita sobre la disposición espacial de los organismos estudiados.

Elabore una tabla que muestre los resultados de cada uno de los métodos e índices utilizados. Discuta estos resultados auxiliándose con literatura idónea.

## Cuestionario

1. Mencione cuáles son las limitaciones existentes en el empleo de la Distribución de Poisson.

---

---

---

2. Mencione al menos tres métodos diferentes a los vistos en clase, que puedan ser empleados en el análisis estadístico de la distribución espacial en poblaciones animales, describa las fórmulas que sean necesarias.

---

---

---

3. ¿Cuáles son los *atributos deseables* para que un buen índice caracterice la disposición espacial de los individuos?

---

---

---

4. ¿Cuál es la importancia ecológica y evolutiva de la disposición espacial de las poblaciones en la naturaleza?

---

---

---






5. ¿De qué forma el patrón de distribución de los organismos ha contribuido a explicar el origen de la diversidad biológica en las zonas tropicales?

---

---

---

## Literatura citada

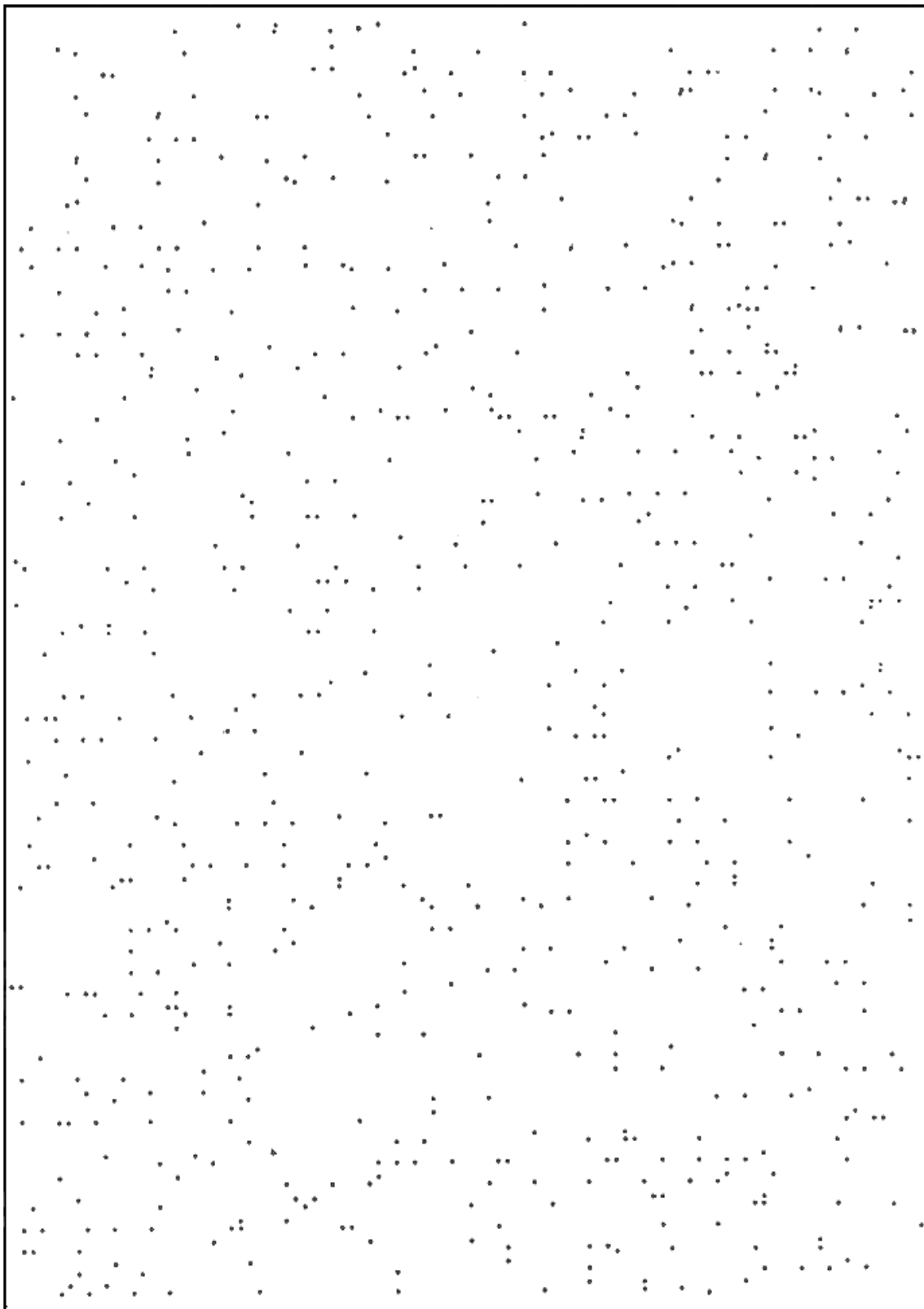
-  Brower, E. J., J. H. Zar y C. N. von Ende, 1977. *Field and Laboratory Methods for General Ecology*. WM. C. Brown Co. Pub., Iowa, 194 p.
-  Clapham, A. R., 1936. Overdispersion in Grassland Communities and the Use of Statistical Methods in plant Ecology, *J. Ecol.*, 24: 232-251.
-  Morisita, M., 1959. Measuring the dispersion of Individual and Analysis of the Distributional Patterns. *Mem. Fac. Sci., Kyushu Univ., Ser. E (Biol.)*, 2: 215-235.
-  Rabinovich, J. E., 1982. *Introducción a la Ecología de Poblaciones Animales*. Compañía Editorial Continental, México, 313 p.
-  Zar, J. H., 1974. *Bioestatistical Analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, 620 p.

## Actividades complementarias

Investigue en la literatura adecuada los métodos que se enlistan para decidir la distribución espacial de las poblaciones. De cada uno de los métodos describa el fundamento estadístico y la fórmula para calcularlo:

1. Prueba de bondad de ajuste de Chi-cuadrada, 2. Distribución Binomial Negativa, 3. Estadígrafo U o prueba de bondad de ajuste para Binomial negativa, 4. Método del vecino más cercano, 5. Prueba de Clark y Evans de distribución espacial, 6. Modificación de Donnelly para la Prueba de Clark y Evans, 7. Prueba de Thomson, 8. Prueba de bondad de ajuste de Campbell y Clarke, 9. Cuadrantes contiguos, 10. Coeficiente de Green e 11. Índice de Perry.

Figura 1. Población simulada





## Práctica 6

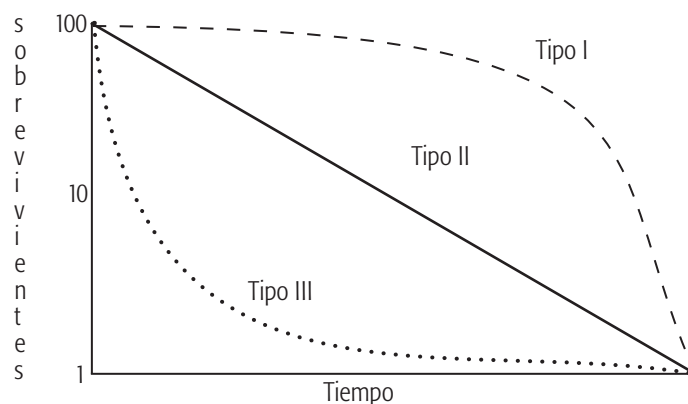
### Demografía

#### Introducción

Debido a que las poblaciones se comportan de manera dinámica y que su tamaño depende de las entradas (nacimientos e inmigraciones) y de las salidas (muertes y emigraciones) de organismos, el cálculo de las variaciones temporales en densidad es importante para poder estimar el tamaño real de ésta. Básicamente estas fluctuaciones se encuentran enmarcadas en el balance entre los procesos de Natalidad y Mortalidad, así que conforme se puedan predecir las tasas de estos atributos, tanto mejor se conocerán las condiciones de la población (Rabinovich, 1980).

Un método para la estimación de la mortalidad y esperanza de vida en la población son las tablas estadísticas de esperanza de vida, aunque fueron desarrolladas originalmente para poblaciones humanas, en la actualidad se han aplicado con bastante éxito para poblaciones animales o vegetales.

Estas tablas de vida son cuadros estadísticos de esperanza de vida, que pueden describir la mortalidad proyectada de cualquier población. Son un resumen de los índices de mortalidad por edades, cuyo conocimiento es necesario para entender la dinámica de mortalidad que afecta a la población, la cual no es la misma para todas las especies y depende de factores evolutivos y ambientales (Krebs, 1984).



Usando los calendarios de supervivencia, Pearl (1928) desarrolló curvas generalizadas de la disminución numérica con respecto al tiempo de una cohorte en la población a través de los valores de supervivencia en cada intervalo de clase de edad. En la figura se observan estas curvas, la de tipo I corresponde a la especie humana, se refiere a los animales que viven en zoológicos o laboratorios bajo condiciones óptimas, la de tipo II representa a muchas aves. La gran mayoría de poblaciones animales tienen curvas intermedias entre la I y II, con gran pérdida. La curva de tipo III representa periodos de pérdida de organismos en etapas tempranas del desarrollo, corresponden a la supervivencia de muchos peces, invertebrados marinos y parásitos.

#### Objetivo

Elaborar, manejar e interpretar una tabla de vida para una población del Crustáceo *Emerita talpoida* (Say) o *Panulirus guttatus* (Latreille) así como la información emanada de la misma. Calculará algunos parámetros poblacionales de reproducción que son de gran utilidad para caracterizar las poblaciones como la tasa neta e instantánea de reproducción, el tiempo generacional, la distribución estable por edades y el valor reproductivo.

#### Procedimiento

Utilizando los datos de la tabla 1a ó 1b obtendrá los siguientes estadísticos.

## Análisis estadístico

Una Tabla de Vida (Andrewarta, 1973; Cox. 1976; Pinder *et al.*, 1978; Rabinovich, 1980), consiste de una serie de columnas que presentan información básica sobre un grupo de individuos, tales como:

$x$  Intervalo de edad, en unidades de tiempo apropiadas.

$N_x$  No. de organismos por clase de edad.

$l_x$  Proporción de sobrevivientes al inicio de cada intervalo de edad  $x$ . Ajustar  $N_0$  a 1,000 y  $N_x$  proporcional.

$N_x$  es el número de individuos vivos a la edad  $x$ .

$N_0$  es el número de individuos vivos a la edad 0.

$$l_x = N_x / N_0$$

$d_x$  Número de individuos que mueren entre la edad  $x$  y  $x+1$ . El  $d_0$  se considera siempre = 0.

$$d_x = N_{x-1} - N_x$$

$q_x$  Coeficiente de mortalidad, indica la proporción de la población que muere entre el intervalo de edad  $x$  y  $x+1$ .

$$q_x = d_x / N_x$$

$L_x$  Valor promedio de la probabilidad de sobrevivir entre el intervalo de edad  $x$  y  $x + 1$ .

$$L_x = (l_x + l_{x+1}) / 2$$

$T_x$  Número total de unidades de edad que quedan por vivir a los sobrevivientes que han alcanzado la edad  $x$ ,  $m$  representa la máxima edad alcanzada; obsérvese que en la sumatoria se procede de abajo hacia arriba.

$$T_x = \sum_m^x L_x$$

$e_x$  Esperanza media de vida, esto es, la cantidad de unidades de tiempo que resta por vivir a un individuo al principio del intervalo de edad  $x$ .

$$e_x = T_x / l_x$$

Elabore las siguientes gráficas y discuta la importancia de cada una de ellas:

- Sobrevivencia ( $l_x$ ) contra edad ( $x$ ) - Mortalidad ( $q_x$ ) contra edad ( $x$ ) - Esperanza de vida ( $e_x$ ) contra edad ( $x$ ).

Una vez estimada la Tabla de Vida Vertical y ayudado con la Fertilidad expuesta en la Tabla 1a ó 1b, según corresponda, calculará la siguiente información:

Tasa Neta de Reproducción (*Calendario de Sobrevivencia*)

Donde  $m_x$  = Número de hembras por hembra.

$$R_0 = \sum l_x m_x$$

Por supuesto, la suma del producto de  $l_x m_x$  donde la  $m_x$  sea igual a cero, no deberá considerarse, ya que, en esas edades, las hembras no aportan ningún valor a la población y no deberán calcularse.

Tiempo Generacional

$$T = \left( \sum x l_x m_x \right) / \left( \sum l_x m_x \right)$$



Tasa intrínseca de Crecimiento Natural (por iteración)

$$r = \ln R_0 / T$$

$$s = \sum l_x m_x e^{-rx}$$

$$\Delta = \ln s / B = 1.0001 \text{ (como máximo)}$$

$$r_i = r_{i-1} + \Delta$$

$$A = \text{Suma de todas las edades} = \sum x$$

$$B = A / n$$

Tasa Finita de Multiplicación  $\lambda = e^r$

Distribución Estable de Edades  $DEE = 100 \cdot [\beta (L_x e^{-r(x+1)})]$

Donde:  $\beta = 1 / \sum L_x e^{-r(x+1)}$

Tasa Instantánea de Natalidad  $b = (r\beta) / (e^r - 1)$

Tasa instantánea de Mortalidad  $d = b - r$

Valor Reproductivo  $v_x = (e^{rx} / l_x) \sum_{y=x}^{\infty} e^{-ry} l_y m_y$

Por notación se acostumbra realizar un cambio de variable en la suma  $x = y$  para denotar que la ecuación tiene dos componentes, la primera parte la sobrevivencia de las hembras y la segunda, la suma, la progenie producida por hembra desde la edad cero hasta la última edad  $x$ , aquí denotada por el término infinito.

Tabla 1a. Frecuencia observada (no. de organismos observados que pertenecen al intervalo de edad correspondiente) y fertilidad, según la edad estimada del Crustáceo *Emerita talpoida* (Say) tomada de Edwards e Irving (1943).

EDAD ESTIMADA (MESES)	FRECUENCIA OBSERVADA	FERTILIDAD (mx)
0.5	104 557	0
1.5	81 253	0
2.5	77 216	0
3.5	57 013	0
4.5	42 096	0
5.5	31 082	0
6.5	22 950	0
7.5	16 945	0
8.5	12 512	0
9.5	9 238	1 860
10.5	6 821	2 324
11.5	5 036	2 692
12.5	3 715	4 642
13.5	2 746	5 834
14.5	2 027	7 332
15.5	1 497	9 216
16.5	1 105	10 734
17.5	816	10 734
18.5	603	10 734
19.5	445	12 500

Tabla 1b. Frecuencia observada y fertilidad, según la edad estimada del Crustáceo *Panulirus guttatus* tomada de Sutcliffe (1957).

EDAD ESTIMADA (MESES)	FRECUENCIA OBSERVADA	FERTILIDAD (mx)
0.5	9,500	0
1.5	9,000	0
2.5	9,000	0
3.5	9,000	0
4.5	8,700	1,024
5.5	8,300	1,248
6.5	8,100	1,547
7.5	8,000	1,634
8.5	7,900	2,854
9.5	7,700	3,467
10.5	7,400	3,912
11.5	6,600	4,184
12.5	5,900	4,258
13.5	5,200	5,028
14.5	4,500	6,941
15.5	3,600	8,124
16.5	2,900	8,725
17.5	2,500	9,578
18.5	1,900	10,025

Discuta la importancia de cada uno de los índices calculados en la práctica, en el marco de la biología del organismo y concluya sobre la utilidad de los mismos.

## Cuestionario

1. Discuta la probable relación del comportamiento poblacional que ha analizado en la práctica con las características del ambiente en que vive el crustáceo *Emerita talpoida* o *Panulirus guttatus*.

---

---

---

2. ¿Qué valor mostrará siempre la esperanza de vida para el último intervalo de edad?

---

---

---

3. ¿Qué tipo de relación existe entre la tasa de mortalidad y la esperanza de vida? Explique detalladamente:

---

---

---

4. ¿Qué puede decir acerca de la población en estudio, desde el punto de vista ecológico, empleando la información obtenida en la práctica?

---

---

---







5. ¿Por qué razón la sumatoria del valor reproductivo se realiza de abajo hacia arriba? Explique

---

---

---

## Literatura citada

-  Andrewartha, F. G., 1973. *Introducción al Estudio de las Poblaciones Animales*. Alhambra, España, 332 p.
-  Cox, G. W., 1976. *Laboratory Manual of General Ecology*, W. M. C. Brown, Iowa, 232 p.
-  Edwards, G. A., y L. Irving, 1943. The Influence of temperature and Season upon the oxygen consumption of the Sand Crab *Emerita talpoida* (Say). *Journal of Cellular and Comparative Physiology*, 21: 169-182.
-  Krebs, C. J., 1978. *Ecology: The Experimental Analysis of Distribution and abundance*. Harper and Row, Nueva York, 678 p.
-  Pinder, J. E., J. G. Wiener y M. H. Smith, 1978. *The Weibull Distribution: A New Method of Summarizing Survivorship Data*. *Ecology*, 59(1): 175-179.
-  Rabinovich, J. E., 1980. *Introducción a la Ecología de Poblaciones Animales*. Compañía Editorial Continental, México, 313 p.

## Actividades complementarias

Investigue y reporte los métodos para estimar la población en cada estadio o etapa de desarrollo de una población obtenidos por medio de varios muestreos sucesivos que requieren un proceso de integración del número de individuos que entran en un estado dado de desarrollo. 1) Método I de Richards y Waloff, 2) Método II de Richards y Waloff, 3) Método de Dempster. Discuta la utilidad de estos métodos en función de la Tabla de vida que acaba usted de construir.

## Práctica 7

### Capacidad innata de incremento

#### Introducción

Se define a la capacidad innata de incremento poblacional ( $r_m$ ) como el índice máximo de incremento logrado con cualquier combinación específica de factores (temperatura, humedad, calidad de alimentos, etc.) que mantienen el nivel óptimo de la especie en condiciones experimentales y del que se excluye a otras especies (Andrewartha y Birch, 1954). Cabe señalar que el concepto de capacidad innata de incremento es una abstracción respecto de la naturaleza, puesto que se obtiene a partir de un diseño experimental en condiciones de monocultivo. Así, el índice real de incremento que se observa en las poblaciones naturales es mucho más complejo que el  $r_m$  experimental, pero su utilidad radica en su uso como un modelo para comparar los índices reales de incremento que se observan en la naturaleza.

En términos generales, son tres los factores que originan aumento en  $r_m$ : 1) Reducción de la edad de la primera reproducción, 2) Aumento en el tamaño de las camadas y 3) Aumento en el número de camadas (mayor longevidad). Algunas especies tienen índices más bajos de supervivencia y depositan menos huevos que otras, pero se reproducen a edad más temprana, por lo que su capacidad innata de incremento se ve compensada.

A efecto que  $r_m = 0.02$  se requerirán 3 hijos, si el primero de ellos nace a los 20 años de edad de la madre y 3.5 si el nacimiento se demora hasta los 30 años (Krebs, 1985). Así es evidente que la edad de la primera reproducción es importante para el crecimiento de la población humana, y es un error considerar este problema únicamente en término del número de hijos.

Con el objeto de entender las fuerzas que determinan la abundancia de una población necesitamos caracterizar las fases que componen el ciclo de vida de los individuos (Begon *et al.*, 2006), analizar la secuencia de eventos que suceden en el mismo, cómo y cuándo se presentan los periodos de reproducción (periodos pre y post reproductivos), la fertilidad y la longevidad. Así, podremos conocer la dinámica de la población y entender las variaciones de la abundancia.

#### Objetivo

Elaborar, manejar e interpretar una simulación de una tabla de vida y fecundidad hipotética, así como la información emanada de la misma.

#### Procedimiento

Utilizando los datos de la tabla 1. Simule las siguientes situaciones: 1) Reducción de la edad de la primera reproducción, 2) Aumento en el tamaño de las camadas y 3) Aumento en el número de camadas (mayor longevidad).

#### Análisis estadístico

Una Tabla de Vida y fecundidad consiste de una serie de columnas que presentan información básica sobre un grupo de individuos, tales como (Andrewartha, 1973; Cox, 1976; Pinder *et al.*, 1978; Rabinovich, 1980):

- $x$  Intervalo de edad, en unidades de tiempo apropiadas.
- $N_x$  No. de organismos por clase de edad.
- $l_x$  Proporción de sobrevivientes al inicio de cada intervalo de edad  $x$ . Ajustar  $N_0$  a 1,000 y  $N_x$  proporcional.
- $m_x$  Fertilidad o número de hembras por hembra madre.

Una vez estimada la Tabla de Vida Vertical y ayudado con la Fertilidad expuesta en la Tabla 1, calcule la siguiente información para cada una de las simulaciones (simulaciones 1, 2 y 3 para cada uno tres los factores que originan aumento en  $r_m$ ).

Así estimar para cada factor:

Tasa Neta de Reproducción ó Índice reproductivo Neto.

$$R_0 = \sum l_x m_x;$$

Donde  $m_x$  = Número de hembras por hembra madre.

Por supuesto, la suma del producto de  $l_x m_x$  donde la  $m_x$  sea igual a cero, no deberá considerarse, ya que, en esas edades, las hembras no aportan ningún valor a la población y no deberán realizarse.

Tiempo Generacional

$$T = \left( \sum x l_x m_x \right) / \left( \sum l_x m_x \right)$$

Tasa intrínseca de Crecimiento Natural (por iteración)

$$r_m = \ln R_0 / T$$

Tasa Finita de Multiplicación:

$$\lambda = e^{r_m}$$

Complete la Tabla 1 con las tres simulaciones.

Discuta los resultados de su población en función de cada una de las simulaciones y concluya sobre cada una.

## Cuestionario

1. ¿Cómo varía el índice de incremento logrado con cualquiera de las simulaciones?

---

---

---

2. ¿Cuál es la simulación que produce un mayor aumento de la capacidad innata de incremento poblacional?

---

---

---

3. ¿Qué tipo de relación existe entre el tiempo generacional y el índice reproductivo neto?

---

---

---

4. ¿Qué puede decir acerca de las simulaciones desde el punto de vista ecológico, empleando la información obtenida en la práctica?

---

---

---

5. ¿En las poblaciones silvestres, los índices de mortalidad y natalidad son constantes? Explique:

---

---

---

## Actividades complementarias

Deberá realizar la simulación en una hoja de cálculo de Excel donde deberán de estar encadenados los cálculos; es decir, al modificar un parámetro la hoja deberá ser diseñada para recalcular las demás fórmulas con esta modificación de algún parámetro. Así mismo, deberá de realizar gráficos. Considere que no debe haber repeticiones entre lo planteado por usted y sus compañeros, si la hay, se considerará como impropia y no se tomará en cuenta su práctica. Se le recomienda que se comuniquen entre todos los alumnos del grupo para que esto no suceda.

## Literatura citada

- Andrewartha, H. G., L.G. Birch., 1954. *The distribution and abundance of animals*. Univ Chicago Press, Chicago, 649 p.
- Andrewartha, F. G., 1973. *Introducción al Estudio de las Poblaciones Animales*. Alhambra, España, 332 p.
- Begon, M., C.R. Townsend, AND J.L. Harper. 2006. *Ecology. From Individuals to Ecosystems*. Blackwell, Oxford, 738 p.
- Cox, G. W., 1976. *Laboratory Manual of General Ecology*, WM. C. Brown, Iowa, 232 p.
- Krebs, C. J., 1985. *Ecología: Estudio de la distribución y la abundancia*. Harper and Row, México, 753 p.
- Pinder, J. E., J. G. Wiener y M. H. Smith, 1978. The Weibull Distribution: A New Method of Summarizing Survivorship Data. *Ecology*, 59(1): 175-179.
- Rabinovich, J. E., 1980. *Introducción a la Ecología de Poblaciones Animales*. Compañía Editorial Continental, México, 313 p.

Tabla 1. Tabla de vida y fecundidad hipotética para una cohorte. C= son los resultados originales o control a partir de las cuales se realizan las simulaciones y con ellos se realiza el análisis y la discusión. El alumno deberá asignar los valores de  $m_x$  considerando para cada caso: 1) Reducción de la edad de la primera reproducción, 2) Aumento en el tamaño de las camadas y 3) Aumento en el número de camadas (mayor longevidad). Se deberá completar la tabla 1 bajo dichas consideraciones.

Edad (años) x	$l_x$	$m_x$				$l_x m_x$				$x l_x m_x$			
		C	1	2	3	C	1	2	3	C	1	2	3
0	1	0				0				0			
0.5	0.882	0				0				0			
1	0.643	2				1.3				1.3			
1.5	0.455	0				0				0			
2	0.366	1				0.4				0.7			
2.5	0.245	0				0				0			
3	0.233	0				0				0			
3.5	0.123	0				0				0			
4	0.111	0				0				0			
4.5	0.000	0				0				0			
$\Sigma =$						1.7				2.0			

Los valores para la cohorte original (C) son:

$$R_{0c} = 1.7; T_c = 1.22; r_{m_c} = 0.41$$

$$\lambda_c = e^{r_m} = e^{0.41} = 1.5 \text{ (por cada individuo presente en el tiempo } t \text{ habrá otros 1.5 el siguiente } (t+1)\text{).}$$

Determine el significado ecológico de cada regla empleada en el juego, también dé una interpretación ecológica de los resultados.

Discuta cada una de las simulaciones apoyándose en la literatura pertinente.



## Práctica 8

### Crecimiento poblacional Modelo exponencial

#### Introducción

Los cambios en el tamaño de las poblaciones son el resultado de la variación de sus atributos primarios de Natalidad, Mortalidad, Inmigración y Emigración. Estos cambios se ven influidos por las condiciones bióticas (Competencia por espacio, pareja, alimento; Depredación, etc.), así como por factores abióticos (luz, temperatura, nutrientes, clima, y otros más).

Los modelos básicos de crecimiento poblacional consideran el crecimiento poblacional con índice de multiplicación constante e índice de multiplicación dependiente de la densidad poblacional. Conocidos cada uno como exponencial y logístico, respectivamente. También estos modelos de crecimiento han sido diseñados para poblaciones de organismos con generaciones discretas, tanto para especies con una sola temporada reproductiva (semelpáridas); o continuas, como especies con varias temporadas reproductivas (iteróparas), por lo que sus generaciones se traslapan.

Modelo de crecimiento poblacional densoindependiente con índice de multiplicación constante para generaciones discretas:

Consideramos que el tamaño de la población en el tiempo actual es directamente proporcional a su tamaño en un tiempo previo:

$$N_{t+1} \propto N_t$$

Para realizar la igualdad agregamos una constante que es el índice reproductivo neto ( $R_0$ ) de la forma:

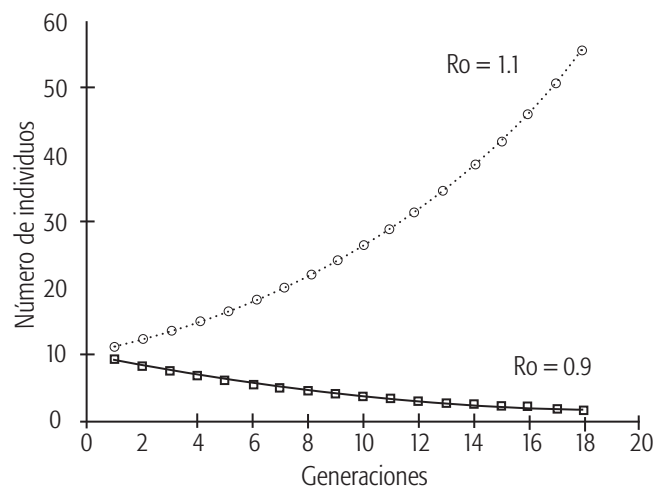
$$N_{t+1} = R_0 N_t$$

Si  $R_0 > 1$  la población se incrementará geométricamente sin límites, y si  $R_0 < 1$  la densidad poblacional disminuirá hasta extinguirse (Krebs, 1985).

Es importante considerar que el índice reproductivo neto  $R_0$  se obtiene sumando la proporción de sobrevivencia por grupos de edad de la forma:

$$R_0 = \sum l_x m_x$$

Es decir, el índice reproductivo neto depende de la mortalidad de la cohorte así como de la fertilidad de la misma.



Este tipo de crecimiento lo presentan organismos como las bacterias, levaduras y microalgas, las cuales pueden aumentar explosivamente su crecimiento poblacional hasta agotar los recursos disponibles. En la industria este crecimiento es deseable, puesto que estos organismos dan origen a procesos biológicos como la fermentación alcohólica, tan útil en la elaboración de la cerveza. Entre muchas otras, algunas especies de insectos muestran este tipo de crecimiento formando plagas.

### Modelo de crecimiento poblacional denso-independiente para generaciones continuas:

A partir del modelo de crecimiento poblacional propuesto por Malthus, donde sugiere una tasa de crecimiento constante, la cual denomina "r" y que es un resumen estadístico de las tasas de Natalidad y Mortalidad de toda la población expresadas en términos individuales, definimos:

$$r = dN / Ndt$$

de aquí que la adición instantánea de individuos a la población sea:

$$dN / dt = rN$$

Esta es la expresión en forma de ecuación diferencial del Modelo Exponencial, donde la velocidad de crecimiento es directamente proporcional al tamaño de la población en un momento dado, y dicha proporción está representada por r que expresada en forma de ecuación integral es:

$$Nt = N_0 e^{rt} \quad (\text{Pielou, 1976})$$

Esta ecuación nos dice que el tamaño poblacional ( $N_t$ ) en un determinado tiempo es igual al número de organismos iniciales ( $N_0$ ) multiplicados por la constante de la base del logaritmo natural, elevada al exponencial del producto de la tasa intrínseca de crecimiento (r) por el tiempo transcurrido, esto implica que conforme "r" se incremente, así también lo hará la población en proporciones geométricas (Equihua y Benitez, 1983).

Cabe recordar que "r" es el resultado de la diferencia entre la tasa instantánea de natalidad (n) y la tasa instantánea de mortalidad (m), que a su vez son resultado de las características ambientales que ejercen su influencia sobre los individuos de la población.

$$r = n - m$$

Es evidente que la velocidad con que la población se incremente estará en función de la tasa intrínseca de crecimiento r:

Si  $r > 1$  la población se incrementará en forma geométrica sin límite.

Si  $r < 1$  la población disminuirá hasta extinguirse (Krebs, 1985).

### Objetivo

Estimar el crecimiento poblacional exponencial de una población hipotética a través del modelo indenso-dependiente.

### Material

Tablero de Ajedrez.

Un kilogramo de frijoles.

Hoja de cálculo o Calculadora.

## Procedimiento

En esta sección se simularán tres formas de cambio poblacional.

1. Crecimiento Explosivo Empleando el tablero de ajedrez, y las semillas de frijol, se inicia con un tamaño poblacional,  $N_0 = 15$  y las reglas a seguir son las siguientes:

- Cada individuo que caiga en un cuadro negro, muere.
- Cada individuo que caiga en un cuadro blanco, sobrevive y se reproduce, esto es, se multiplica por un valor  $C = 3$ .

De acuerdo con estas reglas, calcular el tamaño poblacional de la siguiente generación, ejemplo:

Si  $N_0 = 15$  y  $C = 3$ , y al arrojar las semillas sobre el tablero de ajedrez se obtuvo la siguiente disposición:

Cuadro	Número de Individuos
blanco	10
negro	5

Simulando la Natalidad y Mortalidad, se tiene que:

Sobreviven	Tasa de Multiplicación			
10	X	3	=	30

la siguiente generación  $N_1$  se considerará de tamaño 30, y se repite el procedimiento arrojando ahora 30 individuos; para anotar sus datos emplee la hoja de trabajo (Tabla 1), hasta  $t = 25$ .

2. Permanencia Iniciando la población con 30 individuos, las reglas a seguir son las siguientes:

- Cada individuo que caiga en un cuadro negro, muere.
- Cada individuo que caiga en un cuadro blanco, sobrevive y se reproduce con una tasa de multiplicación  $C = 2$ .

Utilice la hoja de trabajo (Tabla 2) para registrar sus datos, hasta  $t = 25$ .

3. Extinción Inicie con 150 individuos y siga las reglas:

- Cada individuo que caiga en un cuadro negro, muere.
- Cada individuo que caiga en un cuadro blanco, sobrevive pero no se reproduce,  $C = 1$

Anote sus observaciones en la Tabla 3, hasta  $t = 25$ .

## Análisis estadístico

Una vez obtenidos los datos de la simulación, procederá a realizar un ajuste de la forma diferencial del modelo exponencial.

$$dN / dt = rN, \text{ que en su forma integrada es: } N_t = N_0 e^{rt}$$

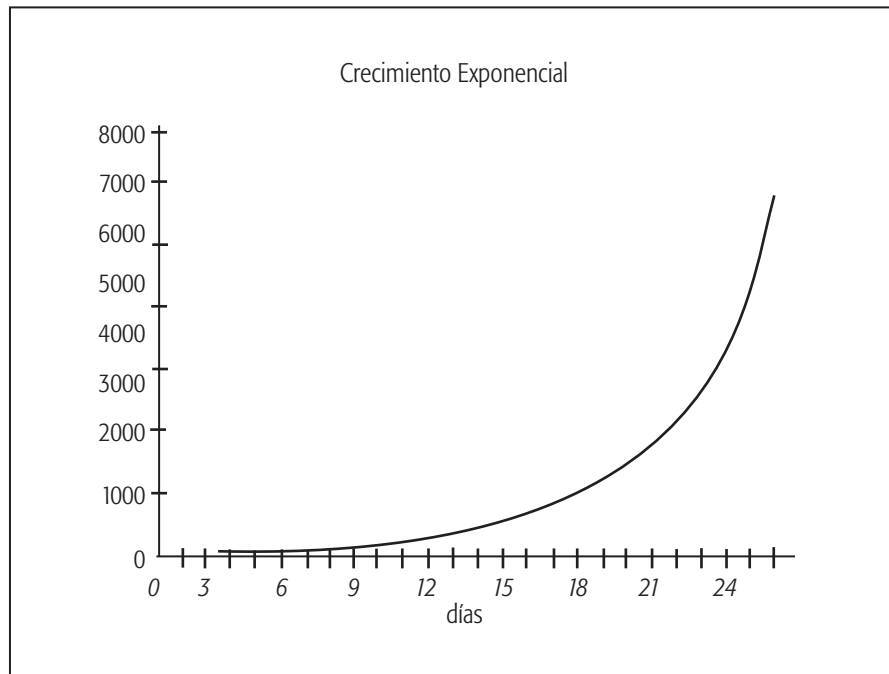
esta última ecuación representa la curva de ajuste exponencial de la forma:

$$y = ae^{bx}$$

en esta expresión,  $y = Nt$ ,  $a$  es la ordenada al origen ( $N_0$ );  $e$  = constante base del logaritmo natural;  $x$  = tiempo y  $b$  es la pendiente ( $r$ ). Los parámetros de la ecuación se estiman de la siguiente manera:

$$b = \frac{(\sum x_i \cdot \ln y_i) - \left(\frac{1}{n}\right)(\sum x_i)(\sum \ln y_i)}{(\sum x_i^2) - \left(\frac{1}{n}\right)(\sum x_i)^2} \quad a = e^{\left(\frac{\sum \ln y_i}{n}\right) - b\left(\sum x_i/n\right)}$$

Donde  $n$  es el número de datos. De esta forma se obtiene una gráfica de tipo exponencial.



En el caso de la simulación Crecimiento Explosivo, cabe esperar que el valor de  $r$  sea positivo, debido a que la tasa de natalidad es mayor que la tasa de mortalidad; en cambio, en la simulación de Permanencia,  $r$  puede ser un valor positivo o negativo, pero muy cercano a cero, debido a que la tasa de natalidad y mortalidad se equilibran; en tanto que en la simulación de Extinción, la tasa de natalidad es menor a la tasa de mortalidad, dando como resultado un valor negativo de  $r$ , en cuyo caso se tendrá que considerar el signo resultante.

El análisis estadístico presentado anteriormente es aplicable a las tres formas de crecimiento exponencial. Utilice las hojas de trabajo para cada uno de las simulaciones propuestas (Tablas 1, 2 y 3).

Finalmente, grafique los resultados de las muestras y la curva de ajuste en una misma gráfica para cada uno de los juegos (3 gráficas en total). Discuta y concluya sobre los resultados obtenidos.

## Cuestionario

1. ¿Qué es un modelo estocástico y qué un modelo determinístico?

---

---

---

2. ¿Cuál es el significado biológico de  $r$  en el modelo?

---

---

---

3. ¿Cuáles son las suposiciones en las que se basa este modelo?

---

---

---

4. ¿Qué tipo de poblaciones en la naturaleza son las que presentan un crecimiento exponencial? Dé tres ejemplos.

---

---

---

5. ¿Cuáles deben ser los valores de  $r$  para que la curva de crecimiento se mantenga constante, se incremente o se extinga?

---

---

---

## Literatura citada

- Equihua, Z.M. y B.G. Benitez, 1990. *Dinámica de las Comunidades Ecológicas*. Trillas, México, 120 p.
- Krebs, C. J., 1985. *Ecología: Estudio de la Distribución y la Abundancia*. Harla, México, 753 p.
- Pielou, E. C., 1976. Population and Community Ecology Principles and Methods *En*: Bravo-Nuñez, E. y Baez-Vega, B. (Compiladores). *Antología de lecturas de apoyo para el curso de Ecología Acuática UAM-I*. Departamento de Hidrobiología, 1987: 187-204.

## Actividades complementarias

Deberá relatar 3 temas de investigación donde se utilice la regresión de algún tipo, (lineal, potencial, exponencial, logarítmica o polinomial), el objetivo de los investigadores, la transformación realizada y de qué forma ayudó este ajuste de regresión a los resultados obtenidos en ese artículo de investigación.

Tabla 1. Crecimiento explosivo

t	Nt	M	S	Nt+1 = S x C	$x_i^2 = t^2$	$y_i = Nt$	$\ln y_i$	$x_i \ln y_i$
0	15							
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								

$$\sum x_i =$$

$$\sum x_i^2 =$$

$$(\sum x_i)^2 =$$

$$\sum \ln y_i =$$

$$\sum x_i \ln y_i =$$

$$n =$$

Tabla 2. Permanencia

t	Nt	M	S	Nt+1 = S x C	$x_i^2 = t^2$	$y_i = Nt$	$\ln y_i$	$x_i \ln y_i$
0	30							
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								

$$\sum x_i =$$

$$\sum x_i^2 =$$

$$(\sum x_i)^2 =$$

$$\sum \ln y_i =$$

$$\sum x_i \ln y_i =$$

$$n =$$

Tabla 3. Extinción

t	Nt	M	S	Nt+1 = S x C	$x_i^2 = t^2$	$y_i = Nt$	$\ln y_i$	$x_i \ln y_i$
0	150							
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								

$$\sum x_i =$$

$$\sum x_i^2 =$$

$$(\sum x_i)^2 =$$

$$\sum \ln y_i =$$

$$\sum x_i \ln y_i =$$

$$n =$$



## Práctica 9

### Crecimiento Poblacional Modelo logístico

#### Introducción

En la naturaleza las poblaciones no crecen de manera exponencial todo su ciclo de vida, solamente lo hacen por un corto periodo y bajo circunstancias específicas (Krebs, 1985).

Es claro que existen limitaciones en el ambiente producidas por la escasez de recursos dados por la variación de las condiciones ambientales. Esto establece mecanismos de regulación permanente del crecimiento poblacional en el ecosistema.

Los mecanismos de regulación del crecimiento poblacional pueden dividirse en dos grupos:

**Denso-independientes** - Todos los factores o elementos atmosféricos, geológicos e hidrológicos que actúan directamente sobre la contribución individual al crecimiento de la población. No toman en cuenta el tamaño poblacional ni dependen de él. Estos factores pueden incluir eventos catastróficos que eliminan cierto tipo de organismos que están en hibernación o en aquellos que están cerca del tiempo de su eclosión o germinación (Equihua y Benitez, 1990).

Para algunas poblaciones los efectos directos del estado atmosférico sobre la contribución individual al crecimiento de la población son los principales factores que determinan los patrones temporales y espaciales en el tamaño de la población. Esta escuela de pensamiento se inició con Bodenheimer en 1928 y ha sido rescatada en la actualidad (Krebs, 1985).

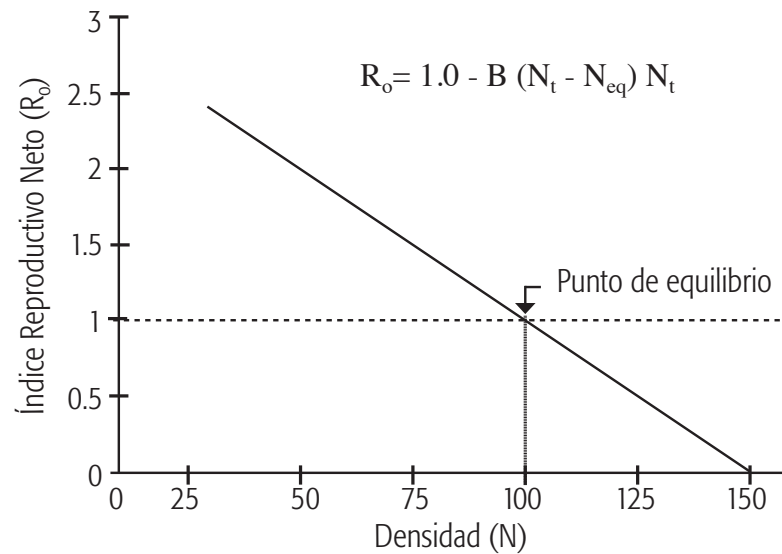
**Denso-dependientes** - Son los mecanismos que reducen la contribución individual al crecimiento de la población y que se acentúan conforme la densidad poblacional aumenta.

Bajo este último tipo de factor, los mecanismos que la regulan son: agotamiento de recursos; incremento en esfuerzo de la búsqueda de recursos; la depredación y la competencia entre otros.

El modelo denso-dependiente incluye, en la fórmula exponencial, un factor de corrección del crecimiento que se denomina Resistencia Ambiental ( $K - N/K$ ), el resultado de esta resistencia se conoce como: Capacidad de Carga del Ambiente (K) o densidad de equilibrio ( $N_{eq}$ ), la cual representa la máxima densidad de una población que puede soportar el medio cuando ésta ha agotado los recursos disponibles.

### **Modelo de crecimiento poblacional denso-dependiente para generaciones discretas:**

Es evidente que el índice de multiplicación por generación ( $R_0$ ) no es constante, aumenta o disminuye en función de la abundancia o escasez de alimentos, competencia o enfermedades epidémicas. De este modo  $R_0$  disminuye al aumentar la densidad poblacional y la manera más sencilla en la que se relaciona  $R_0$  con la densidad es lineal. Es conveniente medir esta densidad respecto del punto de equilibrio (recordar que la población se encuentra en equilibrio cuando  $R_0 = 1$ ) de la forma:



$$R_0 = 1.0 - B (N_t - N_{eq})$$

Es decir, el índice de multiplicación disminuye al aumentar la densidad de la forma lineal:  $y = a - Bx$ , donde  $y$  = índice reproductivo neto;  $x$  = densidad y  $B$  = pendiente de la relación.

Por lo tanto sustituyendo a  $R_0$  en nuestro modelo de crecimiento exponencial ( $N_{t+1} = R_0 N_t$ ) tendremos:

$$N_{t+1} = [1.0 - B (N_t - N_{eq}) ]N_t$$

Este modelo es muy sensible a las variaciones entre  $R_0$  y la densidad.

### **Modelo de crecimiento poblacional denso-dependiente para generaciones continuas:**

El modelo de crecimiento poblacional para generaciones continuas es la forma diferencial del modelo logístico:

$$\frac{dN}{dt} = rN \frac{K - N}{K}$$

Donde la tasa de crecimiento del número de individuos ( $r$ ), coincide con el valor máximo de  $K$  al Integrarse tenemos:

$$Nt = \frac{K}{1 + e^{a-rt}}$$

Donde:

$N_t$  = Número de individuos al tiempo  $t$ .

$K$  = capacidad de carga.

$a$  = número de individuos en el tiempo cero ( $t = 0$ ).

$r$  = tasa instantánea de crecimiento (Equihua y Benitez, 1990).

## Objetivo

Estimará el crecimiento de una población hipotética, mediante el empleo del modelo logístico.

## Material

- Tablero de ajedrez.
- Un kilogramo de frijoles.
- Calculadora.

## Procedimiento

Utilizando el tablero de ajedrez y las semillas de frijol, se procede de la siguiente manera:

Considerando un organismo que se reproduce por bipartición y que la población se inicia a partir de un individuo, las reglas de reproducción son las siguientes:

- Si cae un frijol aislado en un cuadro, se reproduce como se señaló.
- Si caen dos frijoles en el mismo cuadro, no se reproducen pero persisten en la siguiente generación.
- Si caen tres frijoles o más en el mismo cuadro, todos ellos mueren.

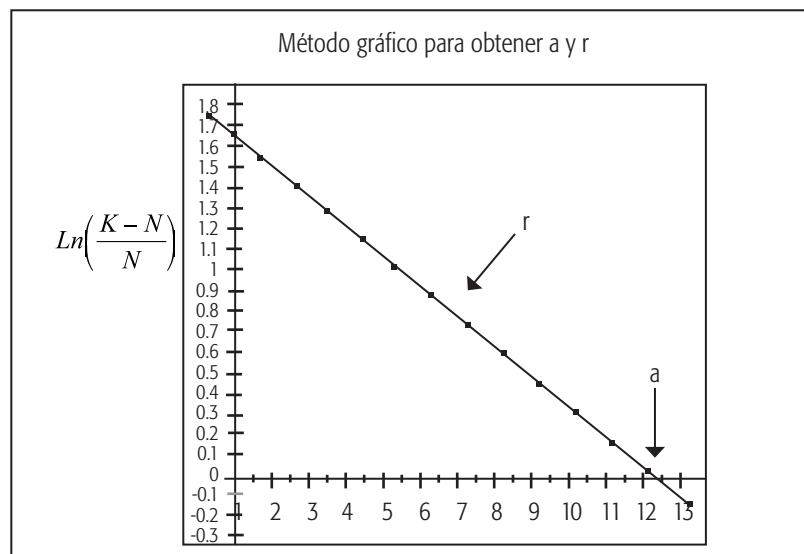
Registrar los datos en la hoja de trabajo (Tabla 1) y continuar las tiradas hasta completar  $t = 25$ .

## Análisis estadístico

Una vez obtenidos los datos de la simulación, se procederá a realizar el siguiente análisis estadístico: Obtener las constantes  $r$  y  $a$  del modelo logístico, las cuales pueden estimarse por el método gráfico.

$$\ln\left(\frac{K-N}{N}\right) = a - rt \quad (1)$$

Esta ecuación representa una línea recta que tiene por coordenadas  $\ln((K-N)/N)$  y  $t$ . La pendiente de esta línea es igual a  $r$  y el intercepto sobre el eje de las ordenadas es igual a " $a$ ".



Deberá primero obtener  $K$ , este parámetro puede aproximarse por tanteo, probando varios valores de  $N_t = K$  hasta encontrar el que resulte una curva sigmoidea. Otro método implica realizar un ajuste de regresión lineal por medio del método de mínimos cuadrados, para esto deberá tomar el máximo valor de  $N_t$  de alguna de las tiradas y considerarlo como  $K$ , realizando la transformación de los datos muestrales con la expresión:

$$Y = \text{Ln} \left( \frac{K - N_t}{N_t} \right)$$

Como algunos de los valores de la expresión anterior serán negativos y para que el ajuste de regresión sea adecuado se necesitan valores positivos, deberá sumar 10 a cada uno de los datos resultantes; esto no afectará la estimación de  $r$  pero si lo hará con la constante de integración  $a$ , por lo que al final de su ajuste, deberá sustraer 10 al valor obtenido de  $a$

Las ecuaciones para el cálculo de la regresión son:

$$b = \frac{\sum X Y - ((\sum X \sum Y) / n)}{\sum X^2 - (\sum X)^2 / n} \qquad a = \sum Y / n - b \left( \sum X / n \right)$$

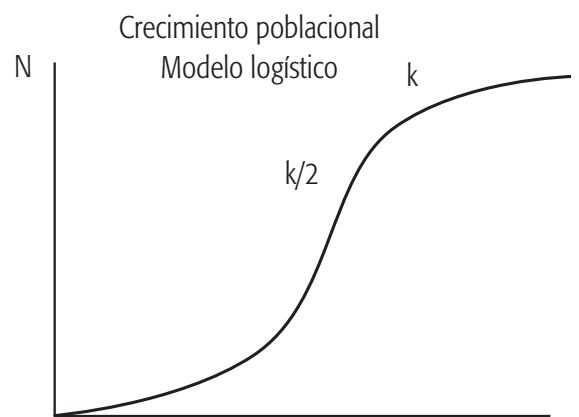
Una vez obtenidas las constantes del modelo de regresión deberá sustituirlas en la ecuación (1) donde  $a = a$  y  $b = r$  (recuerde restar 10 a la constante  $a$ ). Con los datos obtenidos para cada uno de los tiempos, grafique éstos y obtenga la tasa intrínseca de crecimiento natural  $r$  como el punto donde la línea cruza el eje  $y$ . La constante  $a$  del modelo logístico corresponderá al punto donde la línea intercepta al eje  $x$ .

Como último paso, calcular  $N_t$  del modelo, considerando la  $r$  como el valor absoluto del estimado en la regresión, es decir,  $b = r$ , y  $a = a$  la constante de regresión  $a$ . Sustitúyalos en la siguiente relación, que es la expresión del modelo de crecimiento en condiciones de un ambiente limitado:

Grafique los valores ajustados por el método y por el método gráfico y por el método de regresión, incluya en ellas los valores muestrales para cada una

$$N_t = \frac{k}{1 + e^{a-rt}}$$

Obtendrá una gráfica similar a la que se muestra a continuación:



Se observa en esta gráfica que representa el comportamiento del modelo logístico, que la mortalidad aumenta su valor, excediendo al de la natalidad, en el punto de inflexión de la gráfica, esto es en  $(k/2)$ .

A partir de este punto se puede considerar que la tasa de multiplicación es inversamente proporcional a la densidad, como se muestra a continuación:

$$R = R_0 - b \left( \frac{Nt}{k/2} \right) \text{ donde:}$$

$R$  = Tasa de multiplicación debida a la densidad.

$R_0$  = Tasa de multiplicación cuando la densidad no la afecta.

$b$  = Proporción con que decrece  $R$ , en función del tamaño poblacional (Brower y Zar, 1977).

## Cuestionario

1. ¿Si se deseara explotar comercialmente una especie, en qué punto de la curva del modelo logístico lo haría, por qué?

---

---

---

2. ¿En qué suposiciones respecto a la edad y el sexo, difíciles de encontrar en la naturaleza, se basa el modelo?

---

---

---

3. ¿Cuál es la situación real que trata de representar las reglas del modelo?

---

---

---

4. ¿Cómo explicaría las fluctuaciones que en ocasiones se presentan cerca de  $K$ ?

---

---

---

5. ¿Qué poblaciones en la naturaleza son las que presentan este tipo de crecimiento? Mencione tres ejemplos.

---

---

---

## Literatura citada




-  Brower, J.E., y J. H. ZAR, 1977. *Field and Laboratory Methods for General Ecology*. NM. C. Brown Company Publishers, Iowa, 194 p.
-  Equihua, Z.M. y B.G. Benitez, 1990. *Dinámica de las Comunidades Ecológicas*. Trillas, México, 120 p.
-  Krebs, C.J., 1985. *Ecología: Estudio de la Distribución y la Abundancia*. Harla, México, 753 p.

Tabla 1. Crecimiento logístico. Cálculo de  $N_t$  muestral

$t$	$N_t$	M	S	A	$N_{t+1}$
0	1				
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					

M = mueren

S = Sobreviven

A =Agregados

Tabla 2. Crecimiento logístico. Cálculo de r y k por medio de regresión lineal

$t$	$N_t$ muestral	$Y=\ln(K-N/N)$	$Xi^2$	$XY$	$y = a-b_t$	$Nt = \frac{k}{1 + e^{a-rt}}$
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						

a =

b =



## Práctica 10

### Modelos de retraso del crecimiento poblacional

#### Introducción

Uno de los supuestos inherentes al modelo logístico es que el efecto inhibitor o depresor de la densidad sobre el índice de incremento opera instantáneamente, sin retraso de tiempo. Por ello es poco probable que especies con ciclos de vida complejos respondan instantáneamente a cambios en la densidad poblacional, es decir, generalmente hay un retraso en esta respuesta. Estos retrasos pueden deberse a la natalidad (retraso reproductivo) o a cambios producidos por el ambiente (retraso de reacción) (Krebs, 1985). En consecuencia, como una alternativa a la fase estable que predice el modelo logístico se plantean por un lado los modelos de retraso y por el otro los modelos estocásticos o probabilísticos. Este retraso suaviza el supuesto de que la población responda instantáneamente a los cambios de su propia densidad (Begon *et al.*, 1996).

Todos los modelos discretos que hemos analizado hasta el momento están basados en la premisa de que cada miembro de la población al tiempo  $t$  contribuye a la población en el tiempo  $t+1$ . Esto es cierto para el caso de la mayoría de los insectos pero no es así para muchos otros animales donde hay un tiempo sustancial para alcanzar la madurez sexual. Así, el modelo dinámico de crecimiento poblacional debe incluir un efecto de retraso que es, en un sentido como la incorporación de la estructura de edades (Murray, 2002).

En este ejercicio trabajaremos con un ejemplo de los modelos de retraso utilizando para ello el modelo de crecimiento denso-dependiente para generaciones discretas.

La tasa de crecimiento poblacional de algunas especies no responde inmediatamente a cambios en la densidad poblacional o de la densidad poblacional de otra especie con la que interactúe, sino que muestra de forma preferente un cambio con un tiempo de retraso (Pielou, 1976).

**En la práctica 9 se presentó el modelo de crecimiento poblacional para generaciones discretas de la forma:**

$$N_{t+1} = [1.0 - B (N_t - N_{eq}) ] N_t \quad \text{Donde:}$$

$R_0$  = índice reproductivo neto.

$N$  = densidad.

$B$  = pendiente de la relación entre la densidad y el índice de incremento  $R_0$ .

$N_{eq}$  = es la densidad de equilibrio (es la fase estable del modelo).

Supongamos que el índice reproductivo de la generación  $t$  depende de la densidad en forma lineal pero que, en vez de hacerlo respecto de la generación  $t$  lo hace respecto de la densidad  $t-1$ . Este tratamiento es semejante al que se le dio previamente a este modelo, excepto que ahora definimos al índice reproductivo neto conforme a la densidad de la generación previa.

Las propiedades de esta ecuación dependen de la densidad de equilibrio y la pendiente de la recta de la relación densidad vs  $R_0$ .

#### Objetivo

Estimar el crecimiento de una población hipotética mediante el empleo del modelo de crecimiento poblacional para generaciones discretas con retraso.

## Procedimiento

Utilizando la información de las condiciones iniciales se realizarán 25 iteraciones con el objeto de obtener la densidad poblacional.

Las condiciones iniciales son:

Consideremos:  $B = 0.012$ ;  $N_{eq} = 100$  y  $N_0 = 10$

Registrar los datos en la hoja de trabajo (Tabla 1) y continuar las tiradas hasta completar  $t = 25$ , graficar  $t$  vs  $N_t$ .

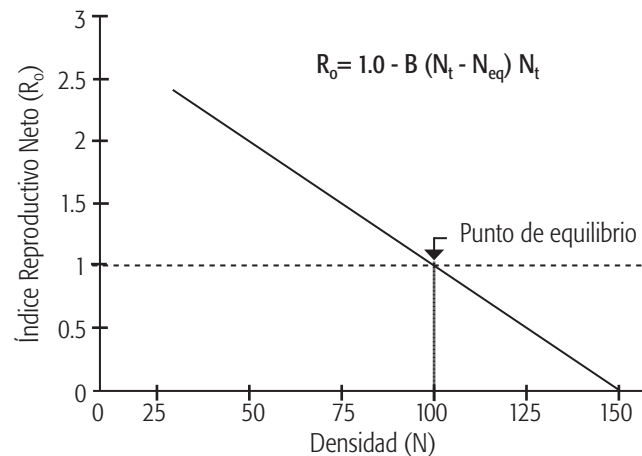
Realizar esta misma iteración para el modelo sin retraso poblacional, analizar la información y discutiendo las diferencias entre el modelo sin retraso y con retraso.

## Análisis estadístico

Consideremos un modelo sencillo con generaciones discretas, y supongamos que el índice reproductivo de la generación  $t$  depende de la densidad en forma lineal, pero que, en vez de que hacerlo respecto de la generación  $t$ , lo hace respecto de la densidad inicial ( $t-1$ ).

$$R_0 = 1.0 - B (N_{t-1} - N_{eq})$$

Es decir el índice de multiplicación disminuye al aumentar la densidad de la forma lineal:  $y = a - Bx$



Donde  $y$  = índice reproductivo neto;  $x$  = densidad y  $B$  = pendiente de la relación.

Midamos la densidad como una desviación respecto del punto de equilibrio:

$$Z = N_t - N_{eq}$$

Donde:

$Z$  = desviación respecto del equilibrio;  $N_t$  = tamaño observado de la población;

$N_{eq}$  = tamaño de la población en equilibrio (es decir cuando  $R_0 = 1.0$ ).

De manera que nuestra ecuación básica quedaría:

$$N_{t+1} = (1.0 - BZ_{t-1}) N_t$$

Consideremos:  $B = 0.012$ ;  $N_{eq} = 100$  y  $N_0 = 10$

Ahora definamos al índice reproductivo conforme a la densidad de la generación previa.

$N_0 = 10$  (y empleemos  $N_t = 10$  para el cálculo del retraso de la primera generación).

Calcule la densidad poblacional:

Registrar los datos en la hoja de trabajo (Tabla 1) y continuar las iteraciones hasta completar  $t = 25$ .

Realizar el mismo ejercicio con las mismas condiciones iniciales pero sin utilizar el modelo de retraso de la forma:

$$R_0 = 1.0 - B(N_t - N_{eq})$$

Graficar el resultado de la iteración con el modelo de retraso y con el modelo sin retraso. Analice los resultados y discuta las diferencias entre el modelo sin retraso y con retraso.

## Cuestionario

1. ¿Cuáles son las ventajas del modelo de retraso sobre el modelo sin retraso?

---

---

---

2. ¿En qué suposiciones se basan los modelos de retraso?

---

---

---

3. ¿Cuál es la situación real que tratan de representar las reglas del modelo?

---

---

---

4. ¿Cómo se comporta la densidad cuanto mayor es el retraso, por ejemplo en lugar de tener un solo retraso como en nuestro ejercicio  $t-1$ , qué pasaría si el retraso es mayor,  $t-2$ ?

---

---

---

5. ¿Qué poblaciones en la naturaleza son las que presentan este tipo de crecimiento? Mencione tres ejemplos:

---

---

---

## Literatura citada





-  Begon, M., C. R. Townsend & J. L. Harper. 2006. *Ecology. Individuals, populations, and communities*. 3ª ed. Blackwell. Oxford. 1068 p.
-  Krebs, C. J. 1985. *Ecología: Estudio de la Distribución y la Abundancia*. Harla, México, 753 p.
-  Murray, J. D. 2002. *Mathematical Biology. 1. An introduction*. 3a ed. Springer-Verlag Berlin. 577 p.
-  Pielou, E. C., 1976. Population and Community Ecology Principles and Methods *En*: Bravo-Nuñez, E. y Baez-Vega, B. (Compiladores). *Antología de lecturas de apoyo para el curso de Ecología Acuática UAM-I*. Departamento de Hidrobiología, 1987: 187-204.

Tabla 1. Modelo de crecimiento con retraso vs. Modelo de crecimiento sin retraso

t	$N_{t+1} = (1.0 - BZ_{t-1}) N_t$	$N_{t+1} = (1.0 - BZ_t) N_t$
0	10	10
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

Determinará el significado ecológico de cada regla empleada en la simulaciones, también dará una interpretación ecológica de los resultados.

Discutirá cada una de las simulaciones apoyándose en la literatura pertinente.



## Práctica 11

### Competencia

#### Introducción

La dinámica de poblaciones se refiere al estudio de las poblaciones animales y vegetales en donde su patrón de cambio en espacio y tiempo es un factor que las afecta. Factores tanto bióticos como abióticos y la combinación de éstos determinan la fluctuación del número de individuos de una población. Algunos son sumamente importantes porque son la causa directa de esta fluctuación, mientras que otros sólo ayudan a reducir la escala de variación y la mantienen en un porcentaje o nivel de equilibrio poblacional (Solomon, 1969).

La competencia es uno de los procesos bióticos más importantes que afectan la dinámica poblacional. Todas las especies tienen que afrontar una limitación de recursos, por ello se ven obligados a competir por éstos contra individuos de su propia especie (Competencia Intraespecífica) y contra los de otras especies (Competencia Interespecífica). La competencia es considerada, junto con la Depredación, como un importante factor que influye sobre la evolución de las especies. La primera es determinante para que las plantas presenten diferencias en crecimiento, tasa de reproducción, habilidad para producir inhibidores químicos y muchas otras adaptaciones. En los animales sucede algo similar, ya que hay variación en su talla corporal, tasa de reproducción, voracidad, etc. Estas características hacen de una planta o animal, un mejor o peor competidor, influyendo con esto sobre su capacidad para sobrevivir (Hassell, 1976).

Diferentes individuos pueden responder de forma distinta a la competencia intraespecífica. Cuando la competencia no es tan intensa los organismos crecen o aumentan en medidas de manera simétrica alrededor de los valores promedio, cuando la competencia se intensifica los individuos mejor adaptados aumentan sus medidas mientras que los menos adaptados son incapaces de crecer, quedando distribuidos asimétricamente alrededor de los valores promedio. Este tipo de competencia asimétrica se da también como una función directamente proporcional de la densidad de individuos, es decir, a mayor número poblacional mayor competencia; lo que repercute en un aumento de la asimetría en los parámetros poblacionales intrapoblacionales (Begon, *et al.*, 2006).

La competencia puede tomar otras formas extremas, éstas fueron descritas por Nicholson en 1964. Son las formas no jerarquizada y jerarquizada; en la primera el efecto de la competencia no se expresa hasta que la densidad poblacional rebasa un valor umbral, desde este punto en adelante todos los individuos de la población son afectados. En la segunda forma extrema este valor umbral es más pequeño y los efectos de la competencia solo se expresan en una fracción de los individuos de la población (Begon, *et al.*, 2006).

#### Objetivo

Estudiar mediante un modelo de Lotka-Volterra (expuesto en clase por el profesor) las relaciones interespecíficas de competencia entre poblaciones.

#### Material

Tablero de ajedrez o equivalente.

Hoja de cálculo o calculadora.

Dos tipos diferentes de semillas equiparables en tamaño y forma.

## Procedimiento

Empleando el tablero de ajedrez y las semillas, a las que de aquí en adelante se denominarán *fichas*, se siguen las siguientes reglas generales:

- i) Se juega con dos tipos de fichas  $x$  e  $y$ . Cuadros blancos y negros son equivalentes.
- ii) Ambas especies compiten consigo mismas según lo siguiente:
  - Si sólo cae una ficha en un cuadro, se sustituye por su tasa de reproducción (TR).
  - Si caen dos, se sustituyen por sí mismas, es decir, permanecen iguales.
  - Si caen más de dos, todas se eliminan del juego.
- iii) Cuando sólo hay una de cada especie en el mismo cuadro, ambas se sustituyen por su tasa de reproducción correspondiente.

### 1. Poder Competitivo

- iv) Cuando hay mayor o igual número de  $y$  que de  $x$ ;  $y$  compite consigo misma, según la regla ii, y  $x$  se descarta del juego. En el caso de que  $x$  sea mayor que  $y$ ;  $y$  se descarta y  $x$  compite consigo misma según la regla ii.

	Simulación A $x > y$	Simulación B $y > x$	Simulación C $x = y$
X	50	10	100
Y	10	50	100
TR(x)	4	4	2
TR(y)	2	2	2
N	25	25	25

Emplee las hojas de trabajo (Tablas 1, 2 y 3) para registrar sus resultados de las simulaciones.

### 2. Aniquilación Competitiva

- iv) Cuando se encuentren juntos individuos de ambas especies en un cuadro, todos se descartan de la contabilidad.

	Simulación A $x = y$	Simulación B $y < x$	Simulación C $x = y$
X	50	50	50
Y	50	10	50
TR(x)	3	3	4
TR(y)	3	3	2
N	25	25	25

Emplee las hojas de trabajo (Tablas 4, 5 y 6) para registrar sus observaciones de estas simulaciones.

## Análisis de resultados

Con los datos obtenidos en la simulación se graficarán los valores de  $N_x$  y  $N_y$  contra número de tiradas.

Determinará el significado ecológico de cada regla empleada en el juego, también dará una interpretación ecológica de los resultados.

Discutirá cada una de las simulaciones apoyándose en la literatura pertinente.



## Cuestionario

1. ¿A qué situación real hace referencia el juego del Poder Competitivo?

---

---

---

2. ¿A qué situación real hace referencia el juego de Aniquilación Competitiva?

---

---

---

3. ¿Para el juego de Poder Competitivo de qué depende el resultado final en cada una de las simulaciones?

---

---

---

4. ¿Para el juego de Aniquilación Competitiva de qué depende el resultado final de cada una de las simulaciones?

---

---

---

5. Diseñe otras reglas para estos juegos, incluya el significado ecológico de cada una.

---

---

---

## Literatura citada




-  Begon M., Harper, C. R. & J. L. Townsend, 2006. *Ecology from individuals to Ecosystems*. Fourth edition. Blackwell Publishing. 738 p.
-  Hassell, P. M., 1976. *The Dynamics of Competition and Predation*. Camelot Press LTD., Londres, 68 p.
-  Solomon, M. E., 1969. *Populations Dynamics*. Edward Arnold. Londres, 97 p.

Tabla 1 Poder Competitivo  
Simulación A

n	Nx	Ny
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

Tabla 2 Poder Competitivo  
Simulación B

n	Nx	Ny
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

Tabla 3 Poder Competitivo  
Simulación C

n	Nx	Ny
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

Tabla 4 Aniquilación Competitiva  
Simulación A

n	Nx	Ny
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

Tabla 5 Aniquilación Competitiva  
Simulación B

n	Nx	Ny
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

Tabla 6 Aniquilación Competitiva  
Simulación C

N	Nx	Ny
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

## Práctica 12

### Depredación

#### Introducción

Una de las causas por las cuales se afecta la distribución de las poblaciones, limitándolas en número o espacio, es la depredación. Este tipo de interacción dañina tiene lugar cuando organismos de una especie se alimentan de otros que pertenecen a especies diferentes o bien a los de su misma especie. De esta manera, se puede hablar tanto de depredación interespecífica, como intra-específica, dentro de la primera se encuadran tres tipos de depredación

- Parasitismo - Relación en la cual el depredador utiliza al huésped como hábitat y alimento al mismo tiempo, y puede o no matarlo.
- Herbivoría - Corresponde a animales que se alimentan de vegetales y/o sus frutos o semillas; generalmente no matan a su presa, sólo la dañan.
- Carnivoría - Son animales que se alimentan tanto de herbívoros como de carnívoros. En este tipo de depredación sí se mata a la presa.

Dentro de la depredación intraespecífica se encuentra únicamente el Canibalismo; en donde tanto la presa como el depredador pertenecen a la misma especie.

La depredación se ve disminuida o se agudiza de acuerdo con el éxito evolutivo que tengan la presa o el depredador, ya que el primero puede afinar su forma de escape o sus mecanismos de protección. Por su parte, el segundo puede diversificar sus hábitos alimenticios o bien especializarse en la caza (Krebs, 1985).

#### Objetivo

Estudiar, mediante un modelo, las relaciones interespecíficas de depredación entre poblaciones.

#### Material

- Tablero de ajedrez.
- Hoja de cálculo o calculadora.
- Dos tipos distintos de semillas equivalentes en tamaño y forma.

#### Procedimiento

Empleando el tablero de ajedrez y las semillas, a las que de aquí en adelante se denominarán *fichas*, se siguen las siguientes reglas generales:

- Se juega con dos tipos de fichas P y D (Presas y Depredadores). Cuadros blancos y negros son equivalentes.
- Si sólo existen Depredadores (D) en un cuadro, se descartan de la contabilidad (mueren de hambre).
- Si sólo existen presas (P) en un cuadro, compiten según lo siguiente:
  - Si sólo cae una ficha en un cuadro, se sustituye por su tasa de reproducción (TR).
  - Si caen dos o más, todas se eliminan de la contabilidad.

### 1. Depredador parco

- iv) Si el número de presas es mayor o igual al número de depredadores en cada cuadro ( $P \geq D$ ), se descartan éstos y el número de D se sustituye por  $D \times TR(D)$ . El número de presas que se reintegra al juego es  $P-D$ . Si el número de presas es menor que el de depredadores se sustituye por el número  $P \times TR(D)$  y todas las presas se descartan.

	SIMULACIÓN A	SIMULACIÓN B
D	10	8
P	30	32
TR (D)	3	2
TR (P)	4	5
n	25	25

Utilice las hojas de trabajo (Tablas 1 y 2) para concentrar sus resultados.

### 2. Depredador Derrochador

- v) Cuando caen ambas especies en el mismo cuadro, la regla es la siguiente:  
 Si el número de presas es mayor o igual que el de depredadores ( $P \geq D$ ) se sustituyen los depredadores por  $D \times TR(D)$  y se descartan las presas. En el caso contrario, se sustituyen los depredadores por  $P \times TR(D)$  y se descartan las presas.

	SIMULACIÓN A	SIMULACIÓN B
D	10	10
P	30	30
TR (D)	3	2
TR (P)	4	5
n	25	25

Utilice las hojas de trabajo (Tablas 3 y 4) para registrar sus resultados.

### Análisis de resultados

Con los datos que arroje la simulación:

1. Grafique P y D contra el número de tiradas n. Realice la interpretación de dicha gráfica.
2. Determine el significado ecológico de las reglas y eventos que se llevan a cabo en el juego.

## Cuestionario

1. ¿Considera usted que, eventualmente, una oscilación excesiva de depredadores en el Juego Depredador Parco pueda originar una catástrofe en la población?

---

---

---

2. ¿En igualdad de condiciones, la población media de presas del Depredador Parco será diferente a la del Depredador Derrochador?

---

---

---

3. ¿Es posible obtener condiciones tales que las oscilaciones sean amortiguadas y conduzcan a la coexistencia de las especies en ambos juegos?

---

---

---

4. ¿En el Juego Depredador Parco, de qué depende el resultado final en ambas simulaciones?

---

---

---

5. ¿En el Juego Depredador Derrochador, de qué depende el resultado final en ambas simulaciones?

---

---


---

## Literatura citada

 Krebs, J. C. 1985. *Ecología. Estudio de la Distribución y la Abundancia*. Harla, México, 223 p.

## Literatura recomendada

 Case, T. J., 2000. *An illustrated guide to theoretical ecology*. Oxford University Press, USA, 449 p.

 Poole, R. W., 1974. *An introduction to quantitative ecology*. Mc Graw-Hill. USA, 532 p.

 Smith, R. L. and T. M. Smith, 2001. *Ecología*. 4a. edición. Pearson Addison Wesley. Madrid, España, 642 p.

Tabla 1. Depredador Parco. Simulación A

n	Np	Nd
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		



Tabla 2. Depredador Parco. Simulación B

n	Np	Nd
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

Tabla 3. Depredador Derrochador. Simulación A

n	Np	Nd
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

Tabla 4. Depredador Derrochador. Simulación B

n	Np	Nd
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

## Apéndice 1

Tabla de números aleatorios

Renglón	Columna									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	34600	19108	69812	93480	65191	57359	34408	36527	60414	94913
2	79151	13078	01872	84469	83906	06881	22936	49856	97607	04230
3	92494	97825	58734	08516	37704	20133	70505	06295	54808	57036
4	44852	06858	81140	89296	54813	56856	24316	70468	90027	08372
5	97467	69926	51148	73026	43306	89484	33330	19093	80101	48435
6	96207	18877	70523	29690	44458	99242	35456	39595	87653	32716
7	60337	14292	12704	08359	36120	29596	67888	93498	74984	72832
8	04812	88937	96641	22579	73721	31921	35923	14615	40883	03776
9	30697	44518	51792	97046	99380	17005	30846	55406	22689	88659
10	60331	18044	02728	03094	03465	49651	90558	38744	11257	83301
11	18237	87670	02435	72480	99308	66631	17864	56993	98537	72231
12	98035	63712	25889	61025	35983	46596	59199	36711	03279	15780
13	67961	65714	61082	75324	85711	68100	91197	62429	68027	21201
14	70218	24571	67326	26462	87248	17841	87067	78185	42740	57149
15	83363	17664	88351	55077	07062	17763	60613	60318	05146	02800
16	68761	46051	17314	89765	00076	37890	69373	83061	32370	43278
17	67671	08649	76236	27897	17142	49988	96564	96447	51142	19597
18	95378	01544	76192	69697	29253	70416	17232	38553	21685	22376
19	84149	79121	41425	91820	04102	66022	43084	52345	42530	13834
20	95722	26655	74689	06488	39904	89072	54856	41955	54177	23443
21	19752	28685	28588	43556	66010	50637	37566	74944	20588	98308
22	45683	63873	88430	66485	06903	21488	50694	64228	23797	55052
23	99371	57461	20036	00612	19257	63458	57497	08098	74158	72297
24	72580	53039	43441	98578	54184	45921	65127	01318	68949	48418
25	34315	22973	71948	22061	65262	45078	31623	68896	05562	69511
26	68713	40962	66760	59066	51208	26809	54870	28032	73369	85440
27	44238	95669	78727	90871	08582	59089	73503	97694	68497	94423
28	95424	98332	30624	05323	17104	75596	65225	48613	19599	79610
29	49124	66002	32001	79866	31301	48747	93177	34517	05604	90547
30	74466	36981	62140	54336	98307	84174	31450	67320	24019	93067
31	62705	87371	27786	60655	04768	28167	89910	73654	39125	08345
32	79052	64426	81519	48547	52989	10767	44335	37239	39975	01336
33	77042	31204	27133	25775	26464	74715	90253	64489	09105	40317
34	92857	14367	89222	76064	42903	39980	98344	59800	29486	71233
35	38651	89649	14561	27064	20533	91217	63644	53458	40351	58349
36	09378	90060	82564	32916	71102	81222	74533	11621	10693	96972
37	68472	38563	24415	34840	58615	33807	12195	90969	73059	29497
38	42007	40047	43323	68349	91582	39506	77927	89534	87133	02449
39	53059	66560	80929	47058	64544	75657	68385	92748	31013	97111
40	82725	70760	74764	97880	46162	58002	62728	78882	77898	23641

Fuente: R Development Core Team (2008). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.



**Ecología de poblaciones.**

Se terminó de imprimir en noviembre de 2015,  
con un tiraje de 200 ejemplares, más sobrantes para reposición.



Casa abierta al tiempo

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA**

UNIDAD IZTAPALAPA

División de Ciencias Biológicas y de la Salud

Av. San Rafael Atlixco No.186, Col. Vicentina  
C.P. 09340, Del. Iztapalapa, México D.F.  
Tel.: (01) 58044600